ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JUIN 1961.

PRÉSIDENCE DE M. Louis HACKSPILL.

NOTICES HISTORIQUES SUR LES MEMBRES ET LES CORRESPONDANTS.

M. Léon Velluz dépose sur le Bureau de l'Académie une *Notice sur les travaux de* son prédécesseur Pierre-Antoine-Jean-Sylvestre Chevenard (1888-1960). Cette Notice sera imprimée dans le Recueil des *Notices et discours.*

PRÉSENTATION DE SAVANTS ÉTRANGERS.

M. Robert Courrier signale la présence de M. Albert Claude, Professeur à l'Université libre de Bruxelles, Directeur de l'Institut Jules Bordet de cette ville. M. le Président souhaite la bienvenue à celui-ci et l'invite à prendre part à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. Hilbrand Boschma, élu Correspondant pour la Section de Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le Ministre de l'Éducation nationale invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à chacune des Chaires suivantes du Conservatoire national des arts et métiers :

— Chimie générale dans ses rapports avec l'industrie.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

— Machines (Machines thermiques et hydrauliques à l'exception des moteurs à combustion interne).

(Renvoi à la Section de Mécanique et à la Division des Applications de la science à l'industrie.)

OUVRAGES PRÉSENTÉS OU REÇUS.

M. **Albert Vandel**, en adressant en hommage deux brochures à l'Académie, s'exprime en ces termes :

Le premier Mémoire : *Les Isopodes terrestres de l'archipel madérien* est consacré à l'archipel de Madère. Il renferme, outre une étude détaillée des Isopodes terrestres, un résumé de l'histoire naturelle de ces îles (climat, géographie, géologie, faune et flore). La dernière partie de l'Ouvrage évoque la question des peuplements insulaires et aussi le problème de l'espèce. L'unité spécifique n'est point une entité stable; elle évolue comme tout ce qui est vivant. Ubiquiste dans son stade de jeunesse, elle se spécialise de plus en plus en s'inféodant de plus en plus étroitement à un milieu particulier dont elle devient prisonnière. Enfin, elle passe au stade d'espèce rélicte, avant de définitivement disparaître.

Le second Mémoire est le résumé d'un cours donné à l'Université de Toulouse, au cours de l'année 1959-1960. Cette étude représente la mise au point de l'un des plus importants problèmes de la Zoologie, *l'Origine des Vertébrés*; et ceci en faisant appel aux derniers résultats obtenus en embryologie, en endocrinologie et en physiologie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Commissariat à l'énergie atomique. *Contribution à l'étude du métabolisme des produits de fission. Recherches sur l'état physico-chimique et le devenir métabolique des solutions de radiocerium*, par André Aeberhardt (Thèse, Paris).

2° Id. *Étude, par radioactivité, des niveaux de* ^{93}Mo *et* ^{95}Mo *et essai de mise en évidence de la sous-couche* $2\,d_{5/2}$, par Christiane Levi, née Lesueur. (id.).

3° Institut national de la statistique et des études économiques. *Annuaire statistique de la France.* 66e volume. Nouvelle série. N° 8. *Rétrospectif.*

4° *Cours de cristallographie.* Livre III. Première partie. *Radiocristallographie théorique*, par Robert Gay.

5° *Tables numériques permettant l'intégration des constantes de vitesse par rapport à la température*, par Pierre Vallet.

6° Académie géorgienne des sciences. Institut mathématique A. M. Razmadze. A. Z. Val'fich. *Tselye totchki v mnogomernyhk charakh* (*Points à coordonnées entières sur les sphères à plusieurs dimensions*).

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRAULIQUE. — *Considérations sur les courants liquides.* Note de M. **Léopold Escande.**

1. Considérons un courant liquide C, de débit Q, et une section droite S traversée par des filets sensiblement rectilignes et parallèles, avec une vitesse moyenne V (*fig.* 1).

Soit $(p/\varpi) + z = h$ la hauteur piézométrique, constante pour tous les points de la section S, p et z désignant la pression et la cote en un point quelconque M de la section où la vitesse est v.

Soit α le coefficient permettant d'exprimer l'énergie cinétique à partir de la vitesse moyenne :

$$\alpha = \frac{1}{SV^3}\iint_S v^3\, dS.$$

La charge H, c'est-à-dire la hauteur représentative de l'énergie totale, à la traversée de la section S, par rapport au plan de comparaison, a pour valeur

$$H = \frac{p}{\varpi} + z + \alpha\frac{V^2}{2g} = h + \alpha\frac{V^2}{2g}. \tag{1}$$

L'énergie totale du débit Q, à la traversée de la section S, est donc

$$\varpi QH = \varpi Q\left(h + \alpha\frac{V^2}{2g}\right). \tag{2}$$

2. Si, à la sortie de S, le courant C se subdivise en diverses branches élémentaires C_1, C_2, ..., de débits Q_1, Q_2, ..., les mêmes considérations sont applicables aux sections S_1, S_2, ..., aux traversées desquelles les charges

$$H_1 = \frac{p_1}{\varpi} + z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = h_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} \tag{3}$$

correspondent à des énergies totales des débits Q_1, Q_2, ... :

$$\varpi Q_1 H_1 = \varpi Q_1\left[\frac{p_1}{\varpi} + z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right] = \varpi Q_1\left(h_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right), \quad \ldots \tag{4}$$

Le principe de la conservation de l'énergie conduit alors à écrire, dans le cas où il n'existe pas de pertes de charge :

$$Q\left[h + \frac{\alpha V^2}{2g}\right] = \sum Q_1\left(h_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right) \tag{5}$$

ou

$$QH = \sum Q_1 H_1, \tag{5'}$$

avec

(6) $$Q=\sum Q_1.$$

3. Dans le cas où le mouvement s'effectue en bloc à la traversée des sections S, S_1, S_2, ..., la charge est la même en tous les points de chacune de ces sections et l'on a

(7) $$\alpha=\alpha_1=\alpha_2=\ldots 1.$$

FIG. 1

FIG. 2

En supposant toujours nulles les pertes de charge, le principe de la conservation de l'énergie exige que la charge totale soit la même dans toutes les sections, c'est-à-dire qu'on ait

(8) $$H=h+\frac{V^2}{2g}=H_1=h_1+\frac{V_1^2}{2g}=\ldots, \qquad \ldots.$$

Cette relation, jointe à l'équation (6), a pour conséquence immédiate l'équation (5).

Il est essentiel de remarquer que cette relation (8) n'est valable que dans l'hypothèse du mouvement en bloc où nous nous sommes placé. Dans le cas où la répartition des vitesses et, par suite, celle de l'énergie ne sont pas uniformes dans les sections S, S_1, S_2, ..., les relations (5) et (6) demeurent valables, mais les relations (7) et (8) disparaissent; les charges totales dans les diverses sections S, S_1, S_2, ... peuvent avoir des valeurs différentes.

4. Restons dans le cas général de la répartition non uniforme des vitesses et donc de l'énergie aux divers points des sections S, S_1, ... et supposons qu'il existe des pertes d'énergie.

Soit H'_1 la charge moyenne, à la traversée de la portion de la section S correspondant au débit Q_1 qui, plus à l'aval, traverse S_1, dans lequel la charge totale est H_1 : la perte de charge relative au débit Q_1, entre ces sections S et S_1, est mesurée par la différence $\xi_1 = H'_1 - H_1$.

En écrivant de deux façons différentes, l'expression de l'énergie totale à la traversée de S, on obtient les relations

$$(9) \qquad QH = \sum Q_1 H'_1 = \sum Q_1 (H_1 + \xi_1).$$

5. Dans le cas d'une répartition uniforme des vitesses et donc de l'énergie dans les sections S, S_1, S_2, ..., la charge est égale à H en tous les points de S, à H_1 en tous les points de S_1, ... et l'on a

$$H = H'_1 = H'_2 = \ldots.$$

On en déduit

$$(10) \qquad QH = \sum Q_1 (H_1 + \xi_1)$$

ou

$$(11) \qquad Q\left(h + \frac{V^2}{2g}\right) = \sum Q_1 \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \xi_1\right),$$

avec

$$H = H_1 + \xi_1 = H_2 + \xi_2 = \ldots.$$

6. Considérons maintenant le système de la figure 2 : dans l'axe d'une conduite horizontale de section ω débouche un jet à grande vitesse V_1 de section ω_1, de débit $Q_1 = V_1 \omega_1$, entraînant un courant périphérique, de vitesse V_2, de section ω_2, de débit $Q_2 = V_2 \omega_2$.

Soit $Q = Q_1 + Q_2$ le débit total traversant S de section $\omega = \omega_1 + \omega_2$ avec une vitesse V définie par la relation $Q = V\omega$, la pression dynamique étant p.

Dans la section S_1, les filets sont sensiblement rectilignes et parallèles et la pression a la même valeur p_1 en tous les points de ω_1 et ω_2.

L'application du théorème d'Euler entre S_1 et S donne

$$(12) \qquad (p_1 - p)\varpi = \frac{\varpi}{g} QV - \frac{\varpi}{g} Q_1 V_1 - \frac{\varpi}{g} Q_2 V_2.$$

Posons

$$V_1 = v_1 V, \qquad V_2 = v_2 V, \qquad \omega_1 = \alpha_1 \omega, \qquad \omega_2 = \alpha_2 \omega, \qquad \text{avec} \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

On a

$$Q_1 = \omega_1 V_1 = \alpha_1 v_1 Q = q_1 Q, \qquad Q_2 = \omega_2 V_2 = \alpha_2 v_2 Q = q_2 Q,$$

avec

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 = 1 \qquad \text{ou} \qquad q_1 + q_2 = 1.$$

On tire de (12)

$$\frac{p}{\varpi} = \frac{p_1}{\varpi} + \frac{V^2}{g}[\alpha_1 v_1^2 + \alpha_2 v_2^2 - 1].$$

Si l'on appelle ξ la perte de charge entre S_1 et S, rapportée au débit Q, on a

$$\varpi Q\xi = \varpi\left[Q_1\left(\frac{p_1}{\varpi} + \frac{V_1^2}{2g}\right) + Q_2\left(\frac{p_1}{\varpi} + \frac{V_2^2}{2g}\right)\right] - \varpi Q\left(\frac{p}{\varpi} + \frac{V^2}{2g}\right),$$

$$\xi = \alpha_1 v_1\left(\frac{p_1}{\varpi} + \frac{v_1^2 V^2}{2g}\right) + \alpha_2 v_2\left(\frac{p_1}{\varpi} + \frac{v_2^2 V^2}{2g}\right) - \left(\frac{p}{\varpi} + \frac{V^2}{2g}\right)$$

$$= (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)\frac{p_1}{\varpi} + \frac{V^2}{2g}(\alpha_1 v_1^3 + \alpha_2 v_2^3) - \frac{p_1}{\varpi} - \frac{V^2}{2g}[2(\alpha_1 v_1^2 + \alpha_2 v_2^2) - 1]$$

ou

$$\xi = \frac{V^2}{2g}[1 - \alpha_1 v_1^2(2 - v_1) - \alpha_2 v_2^2(2 - v_2)] = \frac{V^2}{2g}[1 - q_1 v_1(2 - v_1) - q_2 v_2(2 - v_2)].$$

On vérifie aisément que si $V_1 = V_2$, ce qui entraîne $V_1 = V_2 = V$ et donc $v_1 = v_2 = 1$, on a

$$\xi = \frac{V^2}{2g}[1 - \alpha_1 - \alpha_2] = 0,$$

il n'y a plus de perte de charge.

On retrouve également la formule de Borda, dans le cas particulier où $V_2 = 0$, ce qui donne $v_2 = 0$, $Q_2 = 0$, $Q_1 = Q$, $q_1 = 1$ et

$$\xi = \frac{V^2}{2g}[1 - v_1(2 - v_1)] = \frac{V^2}{2g}\left[1 - 2\frac{V_1}{V} + \frac{V_1^2}{V^2}\right] = \frac{(V_1 - V)^2}{2g}.$$

MICROSCOPIE ÉLECTRONIQUE. — *Sur quelques aspects des franges des cristaux d'oxyde de magnésium observées au microscope électronique.* Note de

MM. **Gaston Dupouy** et **Frantz Perrier**.

Les cristaux d'oxyde de magnésium observés au microscope électronique présentent des franges caractéristiques. Les photographies publiées dans cette Note montrent des aspects particulièrement remarquables de ces franges; on explique également leur formation et leur disposition par rapport aux faces du cristal.

Les cristaux d'oxyde de magnésium MgO, observés au microscope électronique, donnent des images qui présentent assez souvent des franges caractéristiques; celles-ci ont été photographiées par différents auteurs [1] et leur interprétation a déjà fait l'objet de diverses publications.

Nous nous sommes proposé de rechercher les dispositions de franges les plus variées, en prenant un grand nombre de photographies; celles que nous publions montrent quelques-unes des figures ainsi obtenues dont nous décrivons certains aspects particulièrement remarquables.

Conditions expérimentales. — Nous obtenons les cristaux de MgO par combustion d'un ruban de magnésium dans l'air; les fumées blanches d'oxyde issues du ruban, sont recueillies sur plusieurs grilles porte-objets classiques utilisées en microscopie électronique.

Les images de ces cristaux sont observées dans les conditions suivantes : la tension de travail du microscope électronique est de 80 kV, le grandissement direct sur l'écran de 40 000.

Le diaphragme de l'objectif a un diamètre de 50 μ, ce qui correspond à un angle d'ouverture inférieur à 5.10^{-3} rad.

Interprétation de la formation des franges. — En général les franges observées sont rectilignes, équidistantes, successivement brillantes et sombres (*fig.* 1). Nous verrons que leur disposition est liée à la géométrie du cristal.

Heidenreich en a, le premier, donné l'interprétation géométrique que nous rappelons ici.

Considérons (*fig.* I) un faisceau incident d'électrons parallèles SI tombant sur un cristal situé dans un plan sur lequel on met au point avec l'objectif O du microscope électronique. L'orientation du cristal C est telle que l'incidence sur une famille donnée de plans réticulaires (h, k, l) soit égale à l'angle de Bragg θ. Dans ces conditions le faisceau d'électrons diffractés I. R. fait avec l'axe optique SIO un angle 2 θ. Si $d_{h,k,l}$ est la distance de deux plans réticulaires successifs, on a

$$2\,d_{h,k,l}\sin\theta = n\lambda,$$

où λ est la longueur d'onde des ondes associées à l'électron et n un nombre entier.

Désignons par α_0 l'angle d'ouverture de l'objectif. Considérons le cas d'une seule réflexion; si

$$2\theta > \alpha_0,$$

le faisceau d'électrons réfléchi est arrêté par le diaphragme d'ouverture D de l'objectif.

Pour les électrons accélérés sous une tension de 80 kV, $\lambda = 0{,}0417 \simeq 0{,}042$ Å. Par ailleurs, pour les cristaux de MgO, considérons, à titre d'exemple, les plans réticulaires (200); leur distance $d = 2{,}1$ Å est environ 50 fois plus grande que λ.

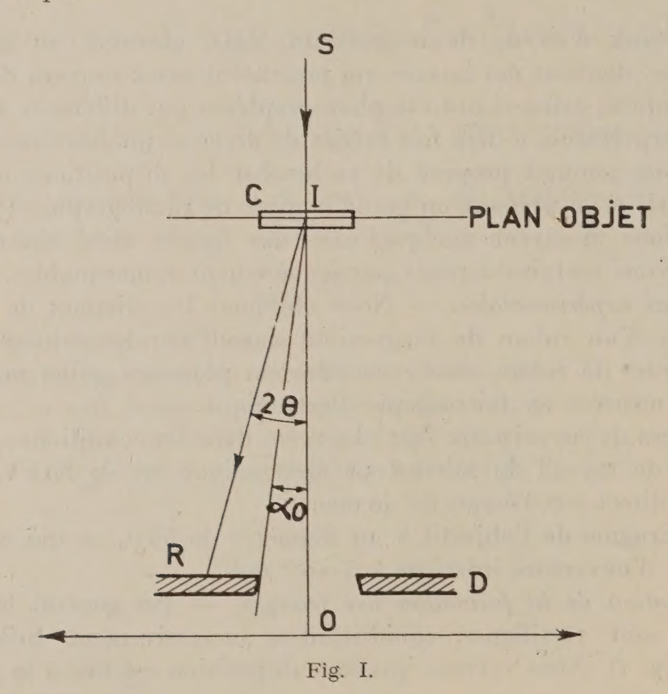


Fig. I.

Il en résulte que, pour les faisceaux diffractés du premier ordre :

$$\theta = \frac{0{,}042}{4{,}2} = 10^{-2}\,\text{rad}.$$

En raison de la très petite ouverture de l'objectif la condition $2\theta > \alpha_0$ se trouve ici remplie et les faisceaux diffractés sous l'angle 2θ ne participent pas à la formation de l'image, si bien que les régions du cristal d'où ils proviennent apparaissent opaques.

Appliquons ce qui précède au cas d'un cristal de MgO, limité par des faces qui se coupent suivant une arête B (*fig.* II) et considérons, en outre, les réflexions multiples qui peuvent se produire sur certains plans réticulaires. Il est aisé de voir que si le nombre des réflexions est impair, les électrons sont déviés d'un angle de 2θ et le diaphragme d'objectif les

arrête; si le nombre des réflexions est pair, les électrons ne seront pas déviés : ils viendront, après avoir traversé le cristal, former l'image de la partie correspondante de celui-ci.

Le nombre de réflexions croît avec l'épaisseur traversée; les franges observées sont donc caractéristiques des lieux d'égale épaisseur du cristal. Une étude générale du phénomène, faisant intervenir la théorie dynamique de la diffraction des électrons, a été donnée par R. D. Heidenreich et L. Sturkey ([1g]), mais les résultats énoncés ci-dessus restent valables.

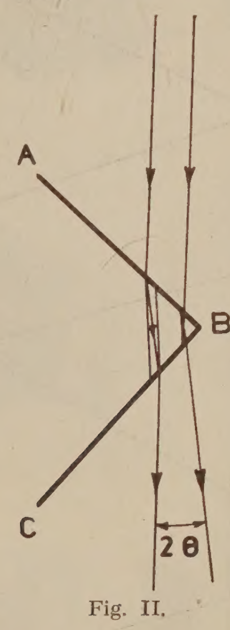


Fig. II.

Les angles θ étant très petits, le chemin l parcouru entre deux réflexions est sensiblement :

$$l = \frac{d}{\theta},$$

ce qui donne, compte tenu de la formule de Bragg :

$$l = \frac{2d^2}{\lambda}.$$

Dans l'exemple choisi précédemment, ce chemin l est égal à 100 fois la distance inter-réticulaire. D'autre part, de simples considérations géométriques montrent que la distance de deux franges consécutives de même nature (deux franges noires par exemple) est du même ordre de grandeur que l, ce qui nous conduit à la remarque suivante : l'observation des franges est due à cette circonstance favorable que l'interfrange est d'un ordre de grandeur observable au microscope électronique, tandis que la distance inter-réticulaire ne l'est pas.

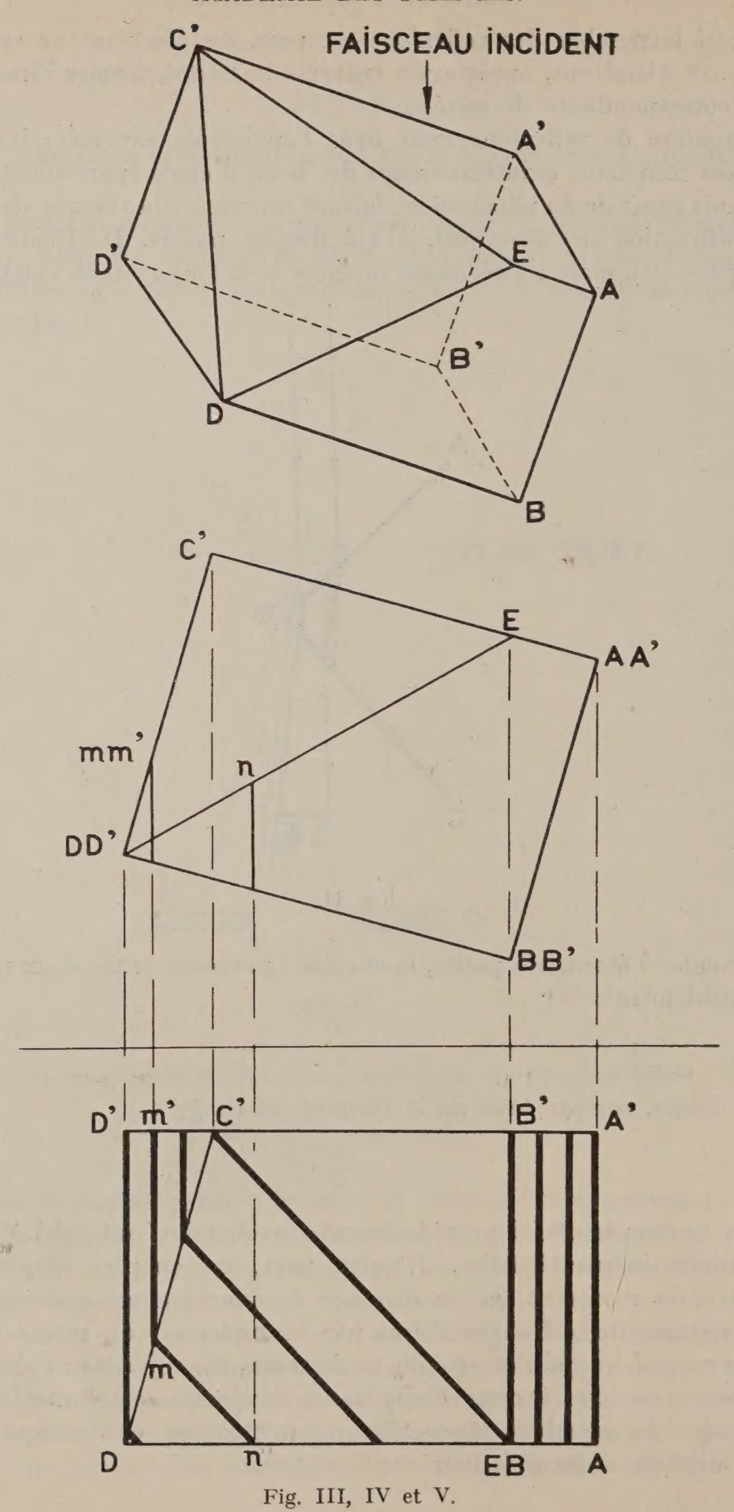
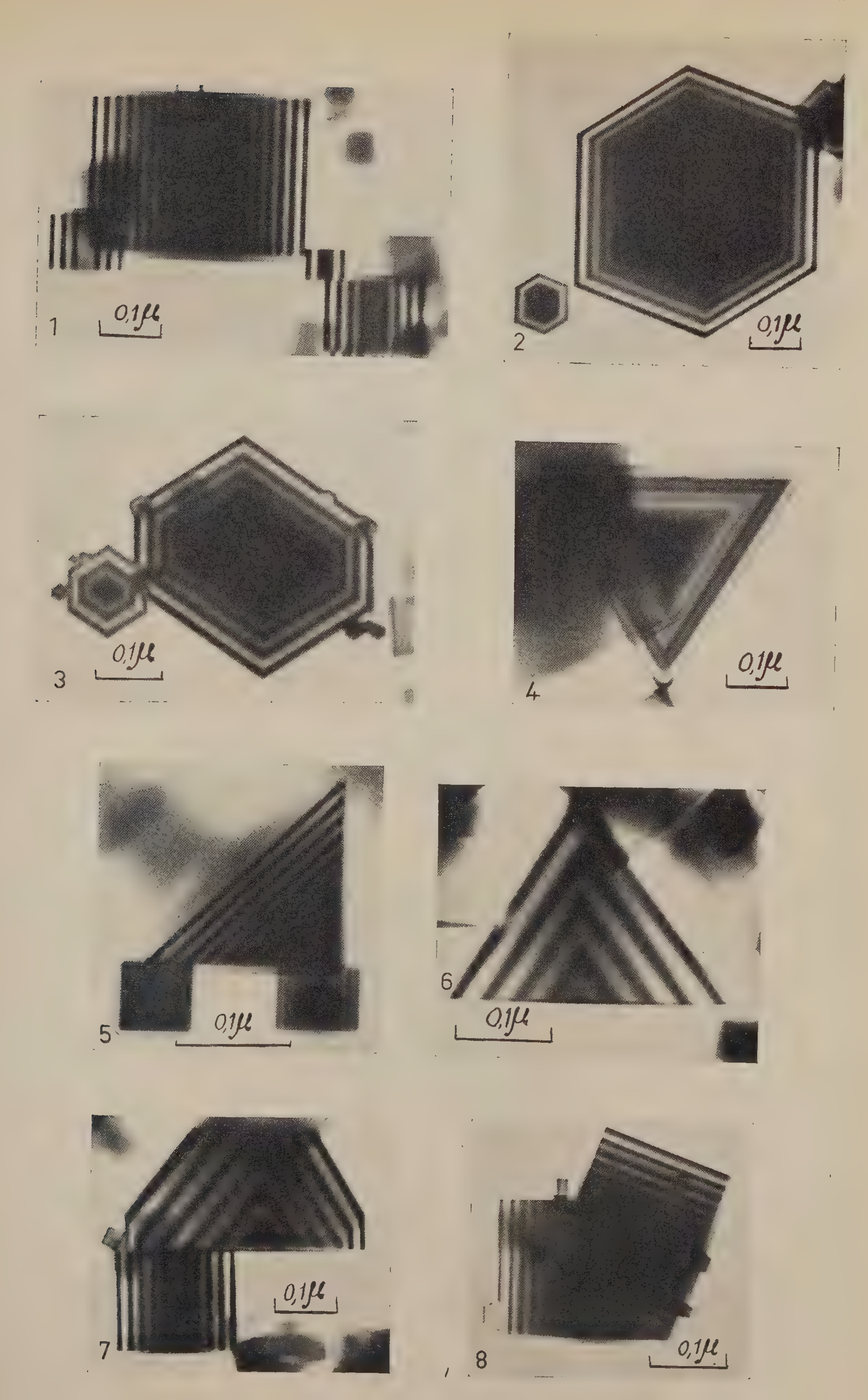
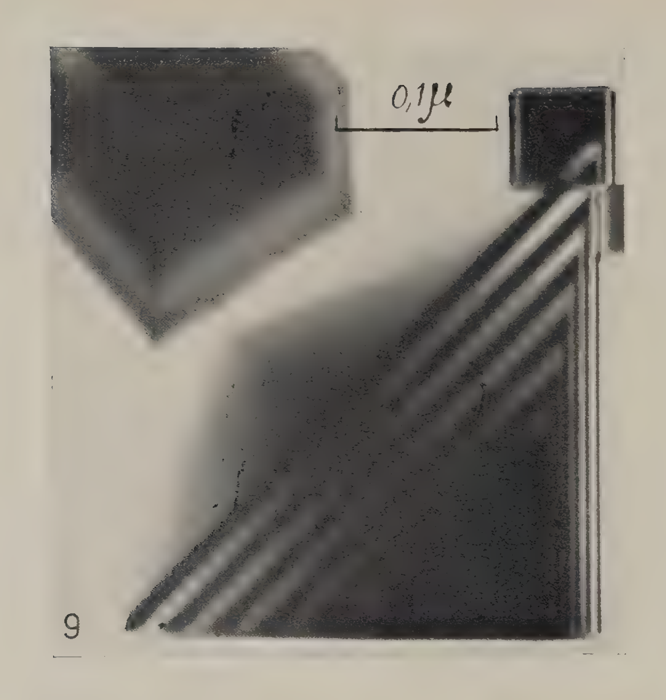
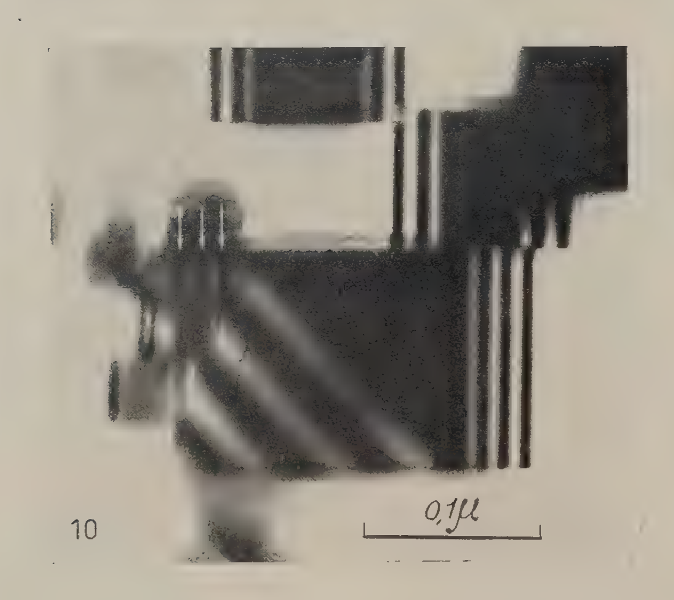


Fig. III, IV et V.


1
0,1μ
2
0,1μ
3
0,1μ
4
0,1μ
5
0,1μ
6
0,1μ
7
0,1μ
8
0,1μ


0,1μ
9


10
0,1μ

Enfin, pour interpréter les photographies obtenues, il faut se rappeler que le microscope électronique présente une profondeur de champ suffisante pour que tous les cristaux que nous avons étudiés, dont les dimensions sont de quelques dixièmes de micron, soient au point dans leur ensemble : les images obtenues ne sont donc pas nécessairement celles d'une face. Elles se trouvent délimitées par la projection sur le plan d'observation du contour apparent du cristal.

Description de quelques types de franges. — Les parcours des électrons à l'intérieur du cristal sont très peu inclinés sur l'axe optique du microscope; on peut donc dire, sans grande erreur, qu'ils sont sensiblement parallèles à cet axe. Il en résulte que *dans l'image du cristal les points d'égal éclairement correspondent à des épaisseurs égales comptées parallèlement à l'axe.*

On remarquera que si *l'orientation* de la famille de plans réticulaires par rapport au faisceau d'électrons est celle qui correspond à la réflexion de Bragg, par contre la *disposition* des franges observées sur l'image du cristal dépend aussi de la forme géométrique extérieure de celui-ci : les divers systèmes de franges rectilignes observées se raccordent le long de l'image des arêtes correspondantes du cristal, comme le montre par exemple la figure 2.

Cela permet, en particulier, de retrouver les formes des cristaux. Nous en donnons un exemple. Le cristal est représenté en perspective (*fig.* III) et par ses deux projections : verticale et horizontale, suivant les conventions de la géométrie descriptive (*fig.* IV et V). La projection horizontale (*fig.* V) fournit une figure identique à celle de la photographie 10, mais les arêtes limitant les faces du cristal qui conditionnent la disposition des franges y sont mises en évidence.

Les franges serrées de cette figure, aussi bien que les franges plus écartées, sont dues à la même famille de plans réticulaires. L'espacement plus grand des franges tient à la variation plus lente de l'épaisseur dans la région de la troncature que dans la partie cubique. La construction géométrique aide à repérer les franges, peu visibles sur le cliché, qui se trouvent marquées par des flèches dans le petit triangle à gauche de la figure.

Les cristaux cubiques (cubes ou parallélépipèdes rectangles) ont pour contour apparent des rectangles ou des hexagones selon leur orientation par rapport au faisceau d'électrons (*fig.* 1, 2 et 3).

Le tétraèdre obtenu par troncature du cube par un plan (111) donne des triangles. Le triangle équilatéral du cliché (4) correspond au cas où le plan d'observation est parallèle à la troncature. Le triangle rectangle du cliché (5) à celui où il est parallèle à une face du cube. Le triangle isocèle du cliché (6), d'angle au sommet voisin de 70°, à celui où le plan de projection est parallèle à un plan (110).

Les clichés montrent aussi des associations de cristaux (*fig.* 7). Sur le cliché (8), représentant deux cristaux maclés, on peut même vérifier que l'angle de macle est voisin de 55°.

Ces observations sont en accord avec l'étude des cristaux d'oxyde de magnésium faite par Hibi et Yada [2] en utilisant la technique des empreintes.

Le cliché (9) montre deux systèmes de franges, d'interfranges différents, parallèles aux deux côtés d'un triangle. On y remarquera qu'une frange sombre de chaque système est transformée en frange brillante grâce à l'action d'un second cristal juxtaposé au premier. Les plans réticulaires de ce cristal ramènent dans sa direction primitive le faisceau dévié par le premier cristal par réflexion de Bragg.

Nous avons laissé volontairement de côté, dans cette Note, tout ce qui se rapporte à la partie métrologique concernant la distance des franges. Par ailleurs, l'interfrange varie avec la tension accélératrice des électrons. Nous reviendrons sur ces différentes questions.

(*) Séance du 5 juin 1961.

[1] *a.* J. Hillier et R. F. Baker, *Phys. Rev.*, 61, 1942, p. 722; *b.* R. D. Heidenreich, *Phys. Rev.*, 62, 1942, p. 291; *c.* H. Boersch, *Z. Phys.*, 118, 1942, p. 706; *d.* H. Boersch, *Z. Phys.*, 121, 1943, p. 746; *e.* E. Kinder, *Naturwiss.*, 31, 1943, p. 149; *f.* W. Kossel, *Naturwiss.*, 31, 1943, p. 323; *g.* R. D. Heidenreich et L. Sturkey, *J. App. Phys.*, 16, 1945, p. 97; *h.* C. E. Hall, *J. Appl. Phys.*, 19, 1948, p. 198; *i.* F. Pernoux, *Thèse*, Lyon, 1953; *j.* K. Kanaya, *Electron Microscopy, Proc. First Regional Conference*, Tokyo, 1956, p. 114.

[2] T. Hibi et K. Yada, *J. of Electron Microscopy*, 2, 1954, p. 1.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur le remplissage des canyons sous-marins de la Méditerranée française.* Note (*) de MM. **Jacques Bourcart**, **Maurice Gennesseaux** et **Éloi Klimek**.

Il résulte des travaux de Marti et d'Anthoine (1936-1937), publiés en 1947, et que nous avons continués pendant une dizaine d'années [1], que le Précontinent des golfes du Lion et de Gênes, ainsi que ceux de la Corse et de l'Algérie sont découpés par un très grand nombre de vallées sous-marines. Celles-ci débutent, le plus souvent, par un cirque amont au voisinage de la profondeur de — 150 m et se terminent en général vers 2 700 m par de larges deltas ou cônes d'accumulation.

En 1958 et 1960, nous avons indiqué à l'Académie [2] que la grande vallée sous-marine de Nice était remplie, à partir de 1000 m environ de profondeur, par des alluvions fluviatiles provenant du Var et déposées en séquences régulières (structure granoclassée) : sur des sables grossiers contenant des galets ou même de gros galets, reposent des sables devenant de plus en plus fins qui passent finalement à des vases souvent riches en éléments planctoniques ou flottés. Celles-ci sont ensuite érodées et fournissent même des fragments ou des galets mous à la séquence suivante. De telles caractéristiques sont celles qui ont été décrites dans les accumulations produites par les courants de turbidité, comme celles du lac Mead, lac résultant du barrage du Colorado.

L'étude des matériaux qui comblent les canyons sous-marins présente un double intérêt : l'explication tout d'abord de la curieuse platitude du fond de la Méditerranée en dessous de 2 750 m (plaine abyssale) qui ne peut résulter que d'un comblement. Cette plaine est tout à fait comparable, sauf sa profondeur, à celles des cuvettes de l'Atlantique.

Un autre intérêt provient du fait, qu'après avoir passé en revue et rejeté à peu près tous les agents possibles du creusement des canyons sous-marins, R. A. Daly (1936) a attribué celui-ci à des « courants de turbidité ». De tels courants ont été reproduits expérimentalement par Ph. Kuenen qui leur a attribué de très grandes vitesses. Cette opinion a paru être confirmée par l'horaire des ruptures de câbles télégraphiques qui ont suivi le tremblement de terre du 8 novembre 1929 sur le Grand Banc de Terre-Neuve. Ces vitesses atteindraient 5,5 nœuds; elles ont semblé peu admissibles aux hydrauliciens. Ce creusement, pour R. A. Daly, se serait fait à la fin de la très grande régression marine qui est consécutive à la dernière période glaciaire (Wisconsin = Würmien).

Nous avons profité, cette année, sur la *Calypso*, d'un mois de calme plat, exceptionnel dans le golfe du Lion, pour entreprendre dans les autres vallées sous-marines que celle de Nice, en utilisant le carottier à chemise intérieure en matière plastique réalisé par E. Klimek, une série d'autres

carottages dans les vallées sous-marines du golfe jusqu'à la frontière espagnole (*fig.* 1, 2 et 3).

Dans la vallée centrale de la rade de Toulon, un carottage C 134 de 350 cm à 2 255 m de profondeur, a débuté par de la vase très jaune avec 74 à 80 % de teneur en eau. Sur toute sa longueur, la vase de la carotte contient de nombreux lits de sablon fin, certains atteignant 0,5 cm; en approchant de la surface, on trouve un lit de 1,5 cm, très riche en Foraminifères et en débris de Ptéropodes avec de nombreux piquants d'Oursins. Le carottage s'est arrêté dans de la vase grise compacte (40 à 43 % de teneur en eau) surmontée par 40 cm de sable moyen.

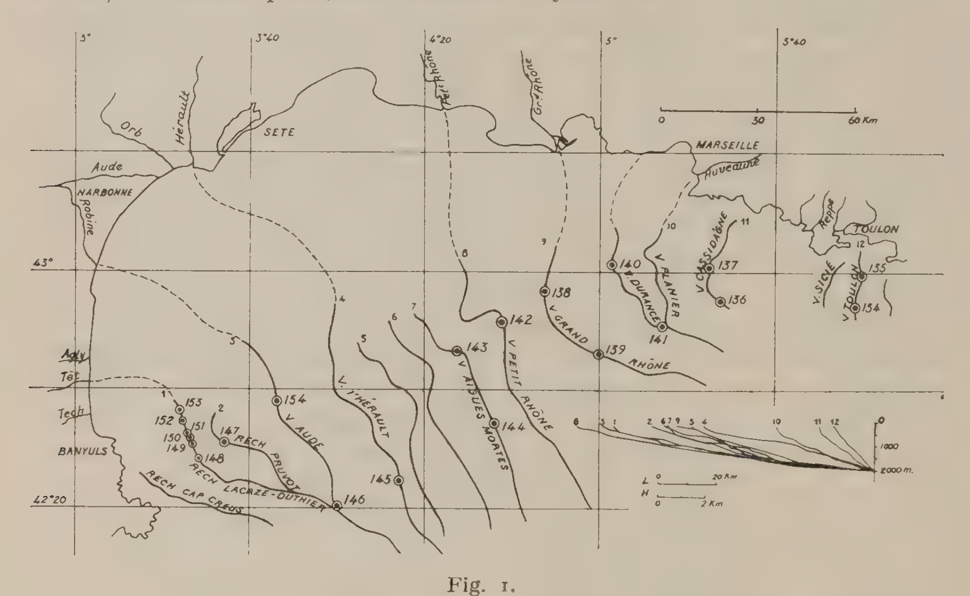


Fig. 1.

La carotte C 135, dans la même vallée, mais plus en amont, à 1280 m de profondeur, sur 515 cm de longueur, n'a traversé que de la vase, mais avec de nombreux lits de fibres de Posidonies, retenant souvent un peu de sable. Cette vase est plus riche en eau (75 à 80 %) que celle de la carotte précédente; ce qui est peut-être dû à l'élasticité qu'elle doit aux fibres de Posidonies.

Dans le canyon de la Cassidagne, plus à l'Ouest, à 1902 m de profondeur, nous avons prélevé une carotte C 136 de 285 cm de longueur. Elle est presque exclusivement faite de vase grise, compacte surtout à la base (45 cm à 30 % de teneur en eau). La suite est faite d'alternances de lits de sable fin et de vase compacte. Au-dessus se trouvent 145 cm de vase grise (23 à 30 % d'eau) avec de nombreuses passées de sable. La carotte se termine en surface par 65 cm de vase gris beige, de plus en plus oxydée.

Dans la même vallée, à 1572 m de profondeur une carotte C 137 (120 cm de long) prélevée plus en amont, était faite de sable vaseux jaunâtre tou-

jours assez liquide. Ce sable contenait à la base un galet de quartzite roulé et des éclats des schistes de Sicié (Paléozoïque) qui forment les parois du canyon, ainsi qu'un galet de variolite de type du rancien, comme on peut en récolter sur le fond de la calanque de Cassis.

La carotte C 140 a été prélevée à 896 m de profondeur dans un canyon qui semble, d'après les forages sous la Camargue de la S.N.P.L.M., prolonger l'ancienne vallée enterrée de la Durance :

Cette carotte de 317 cm de longueur est essentiellement faite de vase (21 à 29 % d'eau) avec de nombreuses traces charbonneuses, mais souvent coupée de minces lits de sable fin.

La carotte C 141 (250 cm de long), à 1960 m de profondeur, dans la même vallée, est faite de vase très compacte à la base (23 à 26 % de teneur en eau) pour 46 à 61 % dans la moitié supérieure. Quelques débris de coquilles y ont été observés.

Dans le canyon qui prolonge le Grand Rhône, la carotte C 138 (340 cm de long), à 510 m de profondeur, est formée de vase grise très homogène (28 à 31 % de teneur en eau), tachetée de matière organique noire.

Dans le même canyon, la carotte C 139 (400 cm de long), à 1600 m de profondeur, a traversé à la base 59 cm de vase très compacte qui contient tout au début des débris d'un Chlamys qui paraît néogène (26 % de teneur en eau).
Cette vase compacte est curieusement suivie d'une vase presque liquide (58 % de teneur en eau). Une autre zone de 6 cm de vase liquide est séparée par 20 cm de vase compacte. Le reste de la carotte est fait par de la vase homogène compacte dans laquelle se trouve curieusement, à 150 cm de la surface, avec plusieurs débris de coquilles, un fragment de scorie de bâtiment à vapeur de 1 cm de longueur.

La carotte C 142 (55 cm de long), a été obtenue dans le lit du Petit Rhône sous-marin, à 1010 m de profondeur. Elle débute par 440 cm de vase grise (à 30 % d'eau), puis se poursuit par une vase plus molle dans laquelle sont comprises plusieurs lentilles ou lits de sable fin ou de sablon; le tout est recouvert de vase oxydée en surface (57 % d'eau).

Dans la vallée d'Aigues-Mortes, à 932 m de profondeur, la carotte C 143, de 422 cm de longueur, s'est arrêtée sur une vase assez compacte (38 à 43 % d'eau). Elle est suivie par une couche de 5 cm de sable, suivie d'une alternance de sable fin et de vase, beaucoup plus liquide (46 à 51 % d'eau). La carotte se termine par du sable fin avec des galets de vase arrachés à un substratum plus ancien; la surface est formée par 65 cm de vase oxydée.

Dans le même canyon, la carotte C 144, de 360 cm, prélevée à 1610 m de profondeur, est formée de vase compacte (28 à 30 % d'eau), sauf dans les 20 cm supérieurs qui sont en sable gris avec des grumeaux de vase jaune liquide.

Dans le canyon qui prolonge l'Hérault, la carotte C 145 de 410 cm, à 1900 m de profondeur, est faite de vase grise compacte (21 à 28 % d'eau).

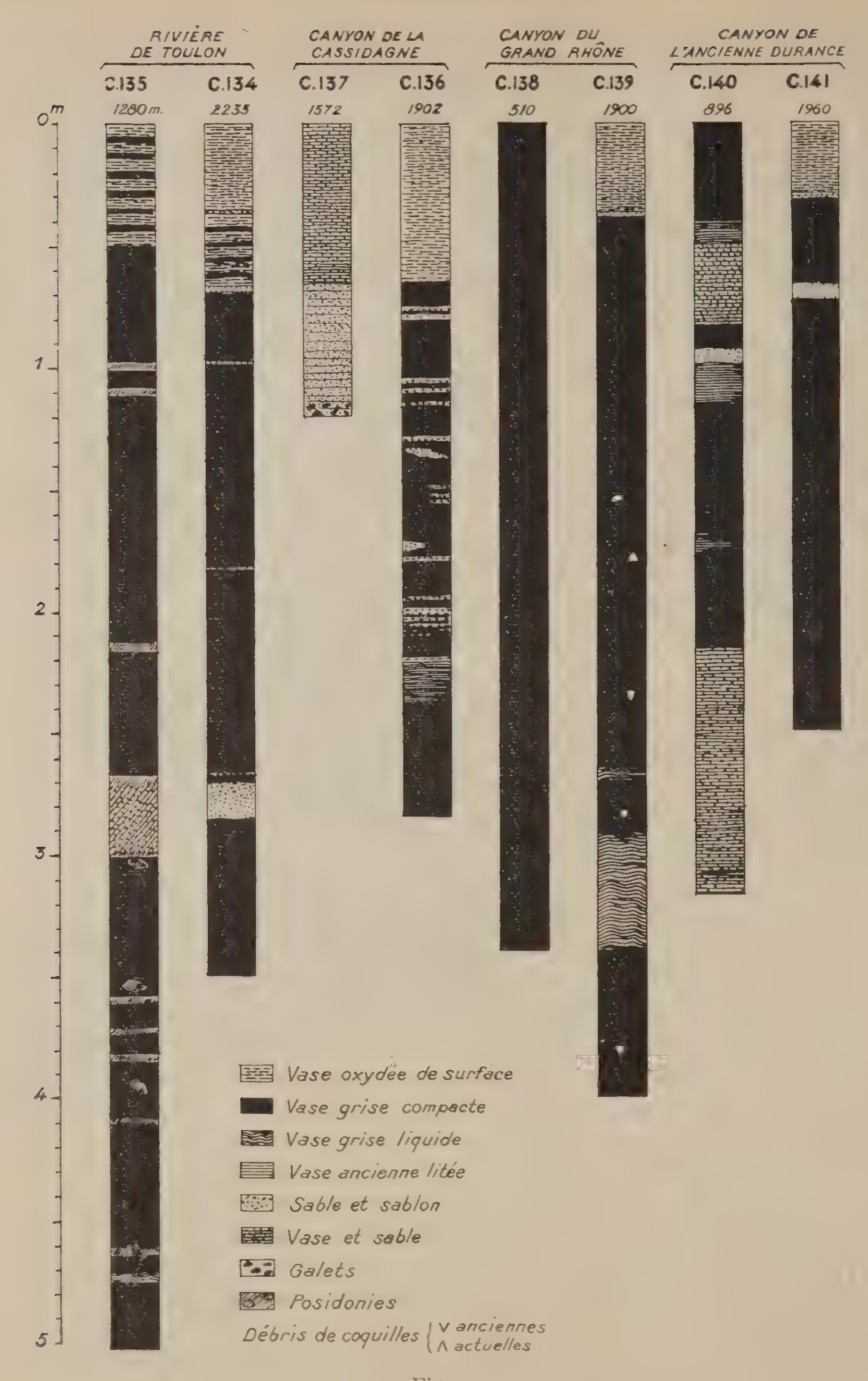

RIVIÈRE DE TOULON
CANYON DE LA CASSIDAGNE
CANYON DU GRAND RHÔNE
CANYON DE L'ANCIENNE DURANCE
C.135
C.134
C.137
C.136
C.138
C.139
C.140
C.141
1280 m.
2235
1572
1902
510
1900
896
1960
0m
1
2
3
4
5
Vase oxydée de surface
Vase grise compacte
Vase grise liquide
Vase ancienne litée
Sable et sablon
Vase et sable
Galets
Posidonies
Débris de coquilles
V anciennes
Λ actuelles

Fig. 2.

3697

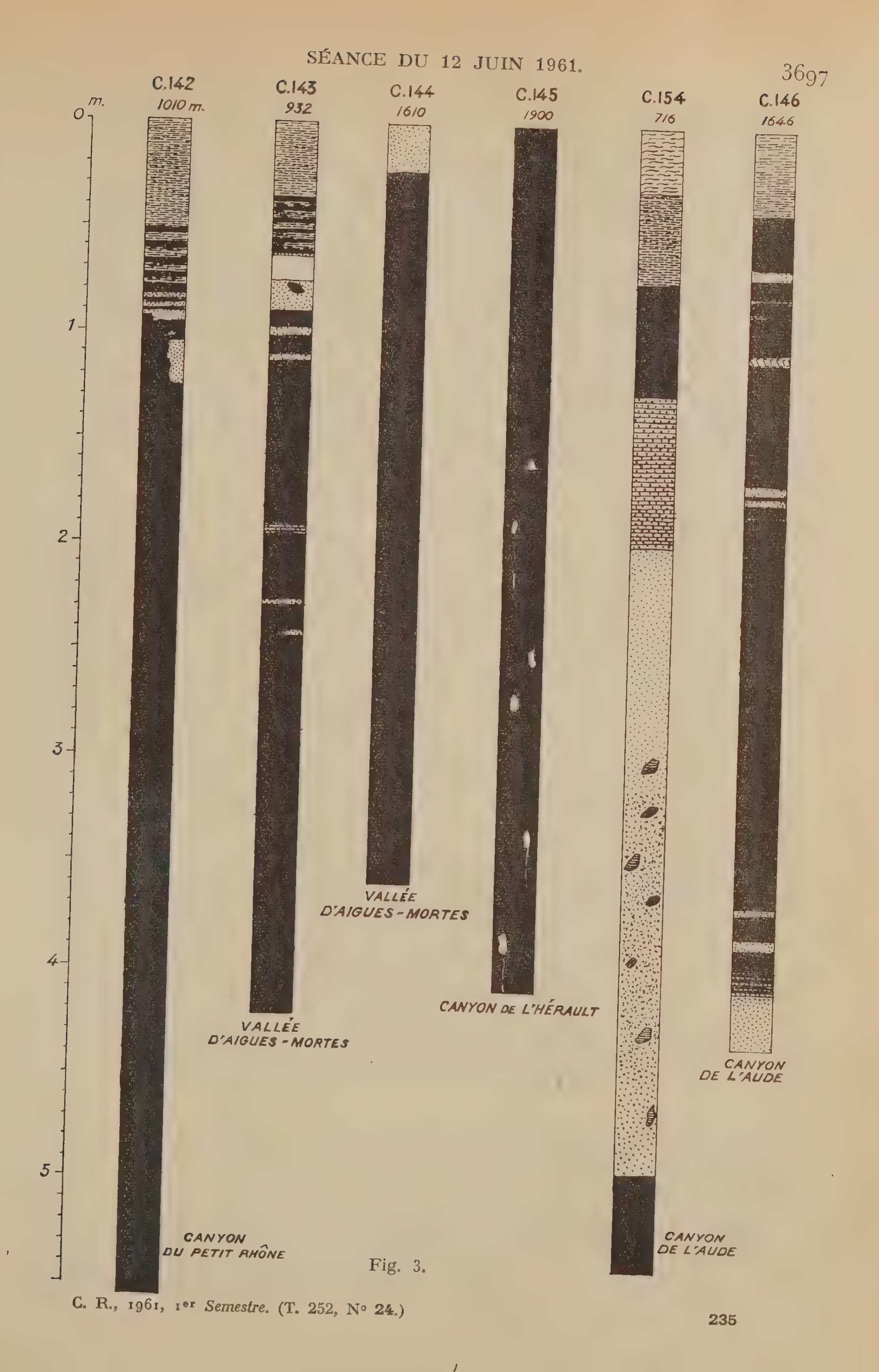

C.142
1010 m.
C.143
932
C.144
1610
C.145
1900
C.154
716
C.146
1646
0 m.
1
2
3
4
5
CANYON DU PETIT RHÔNE
VALLÉE D'AIGUES-MORTES
VALLÉE D'AIGUES-MORTES
CANYON DE L'HÉRAULT
CANYON DE L'AUDE
CANYON DE L'AUDE

Fig. 3.

Cette vase compacte a curieusement conservé de grandes perforations, vraisemblablement dues à des Annélides; celles-ci contiennent encore une vase très liquide (65 % d'eau).

Deux carottes ont été prélevées dans le canyon qui prolonge la vallée de l'Aude (ou plus vraisemblablement celui de la Robine, courant par lequel s'écoule aujourd'hui le trop plein des eaux de ce fleuve). La base de la carotte C 146, prélevée par 1646 m de profondeur et de 435 cm de longueur, est formée par 27 cm de sable gris avec granules, gravier et débris de coquilles, le sédiment est de type absolument fluvial; cette zone est surmontée par 40 cm de vase avec lit de sablon et 174 cm de vase grise compacte (32 à 43 % d'eau). Cette dernière séquence est suivie finalement par 154 cm de vase grise très fine, alternant avec du sablon et du sable fin; elle paraît d'origine marine, car on peut y observer des couches faites de débris de Ptéropodes dont certaines atteignent 4 cm d'épaisseur.

Plus en amont, la carotte C 154 à 716 m de profondeur a 542 cm de long : elle commence par 30 cm de vase grise compacte (27 % d'eau) suivie par 318 cm de sable plus ou moins grossier, contenant quelques galets de vase; 70 cm de vase sableuse (34 à 50 % de teneur en eau) lui succèdent, suivis de 50 cm de vase grise (54 à 62 % d'eau) surmontée par 44 cm de vase jaune assez compacte (62 à 64 % d'eau) et finalement par 30 cm de vase jaune liquide, en surface.

Il semble en résulter que tous les canyons du golfe du Lion sont remplis de vase. Celle-ci présente encore une structure : passées de sable ou de sablon; poches ou perforations remplies de vase liquide. Le remplissage du ravin ne peut donc s'être fait sous forme liquide, même de boue. La vase a été introduite à l'état plastique, mais solide. Le remplissage est analogue au bétonnage d'une cavité.

Au contraire, du sable a été introduit par écoulement dans les parties profondes des canyons de la Cassidagne, de la Durance, du Petit Rhône et d'Aigues-Mortes et, surtout, dans celui de l'Aude; ce dernier surtout a toutes les caractéristiques d'un produit de crue. Les galets n'en sont pas absents, mais sensiblement moins gros que dans la vallée de Nice et surtout que dans celle de la Roya dont la pente est d'ailleurs beaucoup plus forte.

L'étude par carottage des sédiments remplissant le Rech Lacaze-Duthiers, au large de Port-Vendres, va nous offrir des faits bien différents.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) J. Bourcart, *Conférences du Centre de Recherches et d'Études Océanograph.*, n° 3, 1950; *Cong. géol. Intern.*, 19e session. Alger 1952 (paru en 1954); *Marine Nat. Bull. Inform., C. O. E. C.*, VII, 1955.

(2) J. Bourcart, G. Boillot, J. Y. Cousteau, M. Gennesseaux, E. Klimek et C. Lalou, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 116.

(3) J. Bourcart, M. Gennesseaux et E. Klimek, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 3761.

[*Station Océanographique de la Vielle Forge, Villefranche-sur-Mer (Alpes-Maritimes.)*]

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

PRÉSENTÉS OU TRANSMIS PAR LES MEMBRES ET CORRESPONDANTS.

ALGÈBRE. — *Transformations qui diminuent les variations de signe et systèmes de Sturm-Liouville.* Note de M. **Isidore Hirschman**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Il existe une analogie entre les matrices normales de Jacobi (considérées comme opérateurs), et les opérateurs différentiels de type Sturm-Liouville. Dans les deux cas, si l'on note par T l'opérateur en question, et si F est une fonction jouissant de certaines propriétés, le nombre de changements de signe de [F (T) *u*] est inférieur ou égal à celui de *u* pour chaque vecteur *u*.

Les remarques élémentaires suivantes servent à clarifier nos résultats. Soit $S = [s(i, j)]$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$ une matrice de Jacobi normale, c'est-à-dire $s(i, j) = 0$ quand $|i - j| > 1$, et $s(i, i+1)\, s(i+1, i) > 0$, $i = 1, \ldots, n-1$. De plus, on peut supposer que S est normalisé par la condition $s(i, i+1) < 0$, $s(i+1, i) < 0$. Ceci ne restreint pas la généralité parce que ou S ou $-S$ satisfait toujours à cette condition. Une matrice $A = [a(i, j)$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$ est dite totalement non négative (T. N. N.) si pour tout choix de $1 \leq i_1 < i_2 < \ldots < i_k \leq n$, $1 \leq j_1 < j_2 < \ldots < j_k \leq n$, on a

$$\text{dét}\, A \begin{bmatrix} i_1 & \ldots & i_k \\ j_1 & \ldots & j_k \end{bmatrix},$$

où le symbole au-dessus est le déterminant de la sous-matrice de A formée des rangs $i_1, \ldots, i_k$ et des colonnes $j_1, \ldots, j_k$. Puisqu'une matrice de Jacobi normale a ses valeurs caractéristiques réelles et distinctes, F (S) est bien définie toutes les fois que $F(\lambda)$ est une fonction réelle sur le spectre $\sigma(S)$ de S. Définissons

$$L^+(S) = \sup\{\lambda : \lambda \in \sigma(S)\} \quad \text{et} \quad L^-(S) = \sup\{-\lambda : \lambda \in \sigma(S)\}.$$

Utilisant des idées de F. R. Gantmacher et M. G. Krein [1], on peut vérifier facilement que si $a \geq L^+(S)$ alors $aI - S$ est T. N. N. et si $b > L^-(S)$ alors $(bI + S)^{-1}$ est T. N. N. La formule de Cauchy-Binet montre que les produits des matrices T. N. N. sont encore T. N. N. Faisant application de ces idées on trouve que si

$$L^+(S) \leq a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_k, \qquad L^-(S) < b_1 \leq b_2 \leq \ldots \leq b_m$$

et si

$$F(\lambda) = \frac{\prod_1^k \left(1 - \frac{\lambda}{a_i}\right)}{\prod_1^m \left(1 + \frac{\lambda}{b_j}\right)}$$

alors F(S) est T. N. N. Un théorème bien connu de I. J. Schoenberg [2] montre que si une matrice A est T. N. N. elle a aussi la propriété suivante : pour tout vecteur

$$u = \begin{bmatrix} u(1) \\ \vdots \\ u(n) \end{bmatrix}$$

on a $V[Au] \leq V[u]$, où $V[u]$ est le nombre de changements de signe dans la suite $u(1), \ldots, u(n)$. Par conséquent si F a la forme ci-dessus $V[F(S)u] \leq V[u]$ pour tout u.

Soit H maintenant l'espace hilbertien réel de fonctions $u(x)$ réelles mesurables et à carrés sommables sur $0 \leq x < \infty$, et considérons le système de Sturm-Liouville :

$$Tu(x) = q(x) - u''(x),$$
$$u(0)\cos\alpha + u'(0)\sin\alpha = 0,$$

sur H. Il existe une analogie étroite entre de tels systèmes et les matrices de Jacobi normales. Nous supposons ici que $q(x)$ est assujettie aux conditions suivantes : $q(x)$ est continu $0 \leq x < \infty$; $\int_0^\infty (1 + x^2)\,|q(x)|\,dx < \infty$.

Sous ces restrictions on voit que T est autoadjoint et que $\sigma(T)$, le spectre de T, consiste des points $0 \leq \lambda < \infty$ qui appartiennent tous au spectre continu et d'un nombre fini de points $\lambda_m < \lambda_{m-1} < \ldots < \lambda_1 < 0$ qui appartiennent au spectre ponctuel. Soit

$$T = \int_{\sigma(T)} E(d\lambda)$$

la résolution spectrale de T sur H. Si $F(\lambda)$ est une fonction définie pour $\lambda \in \sigma(T)$ et bornée et mesurable de Borel alors

$$F(T) = \int_{\sigma(T)} F(\lambda)E(d\lambda) \tag{1}$$

est un opérateur borné sur H. Soit $L^-(T) = \sup\{-\lambda : \lambda \in \sigma(T)\}$ et définissons

$$F(\lambda) = \left[d e^{c\lambda} \prod_k \left(1 + \frac{\lambda}{b_k}\right)\right]^{-1}, \qquad \lambda \in \sigma(T), \tag{2}$$

où d est réel, $c \geq 0$, $L^-(T) < b_1 \leq b_2 \leq \ldots$, $\sum_k b_k^{-1} < \infty$. Sous ces hypothèses, on peut démontrer que $V[F(T)u] \leq V[u]$ pour tout $u \in H$. (Ici $V[u]$ est le nombre de changements de signe quand x va de zéro à l'infini.) Du reste, ce qui est plus remarquable, tous les opérateurs F (T)

qui ont cette propriété sont donnés par fonctions F de la forme (2), avec une exception. L'exception, qui n'arrive que quand $L^-(T) > 0$, est la fonction triviale $F(\lambda) = 0$ pour tous les $\lambda \in \sigma(T)$, sauf $\lambda = \lambda_m$. La démonstration repose sur une méthode asymptotique déjà utilisée par l'auteur [3].

(1) *Oszillationsmatrizen, Oszillationskerne, und kleine Schwingungen mechanischer Systeme*, Berlin, 1960.

(2) *Math. Z.*, 32, 1930, p. 321-328.

(3) *J. Anal. Math.* (sous presse).

(*Washington University, St. Louis, Missouri, États-Unis.*)

ALGÈBRE HOMOLOGIQUE. — *Sur les foncteurs dérivés de* $\varprojlim$. *Applications.* Note de M. **Jan-Erik Roos**, présentée par M. Jean Leray.

Soit $\mathcal{C}$ une catégorie abélienne satisfaisant à l'axiome AB 3* de [1] (les produits infinis existent), I un ensemble ordonné (non nécessairement filtrant) et $\mathcal{C}^I$ la catégorie des systèmes projectifs $A = (A_\alpha, p_\alpha^\beta)\left(A_\beta \xrightarrow{p_\alpha^\beta} A_\alpha,\ \beta > \alpha\right)$ paramétrés par I. On a un foncteur additif covariant exact à gauche (limite projective) : $\mathcal{C}^I \xrightarrow{\varprojlim} \mathcal{C}$. Si $\mathcal{C}$ a suffisamment d'objets injectifs, il en est de même de $\mathcal{C}^I$, et l'on peut donc définir les foncteurs dérivés à droite $\left(\varprojlim^{(n)}\right)_{n \geq 0}$ de $\varprojlim = \varprojlim^{(0)}$. Mais sous la seule hypothèse de AB 4* (les produits infinis sont des foncteurs exacts), nous allons construire un ∂-foncteur universel exact pour $\varprojlim$: Soit

$$\Pi^k A = \prod_{\alpha_0 < \ldots < \alpha_k} A_{\alpha_0 \ldots \alpha_k} \qquad (A_{\alpha_0 \ldots \alpha_k} = A_{\alpha_0}).$$

Définissons $\Pi^k A \xrightarrow{d^k} \Pi^{k+1} A$ par

$$(d^k)_{\alpha_0 \ldots \alpha_{k+1}} = p_{\alpha_0}^{\alpha_1} \operatorname{pr}_{\alpha_1 \ldots \alpha_{k+1}} + \sum_{j=1}^{k+1} (-1)^j \operatorname{pr}_{\alpha_0 \ldots \hat{\alpha}_j \ldots \alpha_{k+1}}$$

où $\operatorname{pr}_{\alpha_1 \ldots \alpha_{k+1}}$ est la projection de $\Pi^k A$ sur le $(\alpha_1 \ldots \alpha_{k+1})^{\text{ième}}$ facteur. Nous obtenons ainsi un complexe $\Pi^* A$, et l'on voit facilement que $H^0(\Pi^* A) = \varprojlim A$. Une suite exacte dans $\mathcal{C}^I$: $0 \to A \to B \to C \to 0$ donne une suite exacte de complexes (AB 4*) : $0 \to \Pi^* A \to \Pi^* B \to \Pi^* C \to 0$, d'où une suite exacte

$$0 \to \varprojlim A \to \varprojlim B \to \varprojlim C \to H^1(\Pi^* A) \to H^1(\Pi^* B) \to \ldots.$$

Nous allons maintenant chercher une condition pour que $\Pi^* A$, muni de l'augmentation $\varprojlim A \to \Pi^0 A$, soit acyclique. La proposition suivante, jointe à la proposition 3, généralise un résultat de Zuei-Zong Yeh [2].

Proposition 1. — *Si* A *est flasque* [« star-epimorphic » dans la terminologie de [2]], *c'est-à-dire si pour chaque* $I' \subset I'' \subset I$, *l'application naturelle* $\varprojlim (A, I'') \to \varprojlim (A, I')$ *est surjective, alors* $\Pi^* A$ *est acyclique.*

La démonstration utilise induction sur *n*, *n* étant tel que $\Pi^* A$ soit acyclique en dimension $\leq n$, pour chaque A flasque, induction transfinie sur des sous-ensembles croissants de I, et le fait que la proposition 1 est vraie s'il existe un plus grand élément dans I (facile). On a finalement à faire un « diagram-chasing » simple.

PROPOSITION 2. — *Chaque* A *se plonge dans un* S *flasque.*

Prenons en effet $A_\alpha \xrightarrow{(p^\alpha_\beta)} S_\alpha = \prod_{\beta<\alpha} A_\beta$ avec les projections évidentes pour S. Combinant les propositions 1 et 2, nous obtenons

PROPOSITION 3. — *Si* $\mathcal{C}$ *est une catégorie abélienne satisfaisant à l'axiome* AB 4*, *alors les foncteurs satellites* [dans le sens de ([1]), p. 140] *de* $\varprojlim$ *existent et* $S^i \varprojlim A = H^i(\Pi^* A)$. *En particulier, les foncteurs dérivés, s'ils existent, sont égaux à* $H^i(\Pi^* A)$.

Dans ce qui suit, nous allons écrire $\varprojlim^{(n)} A$ au lieu de $H^n(\Pi^* A)$.

COROLLAIRE. — $\varprojlim^{(n)} A = 0$, $n \geq 1$, *si* A *est flasque.*

Ceci a été démontré par Zuei-Zong Yeh dans le cas $n = 1$, $\mathcal{C}$ la catégorie des groupes abéliens. En dualisant toute la théorie, on construit un complexe $\Pi_* A$ (A système inductif) avec $H_0(\Pi_* A) = \varinjlim A$. Si maintenant $\mathcal{C}$ satisfait à AB 5 (par exemple la catégorie des modules sur un anneau), alors $H_i(\Pi_* A) = 0$, $i \geq 1$, pour tout A, et la technique usuelle des suites spectrales appliquée à Hom $(\Pi_* A, B)$, $B \in \mathcal{C}$, donne

THÉORÈME 1. — *Si* $\mathcal{C}$ *satisfait à* AB 5 *et a suffisamment d'objets projectifs, alors il existe une suite spectrale aboutissant à* $\mathrm{Ext}^n(\varinjlim A, B)$ *et dont le premier terme est* $E_2^{pq} = \varprojlim^{(p)} \mathrm{Ext}^{(q)}(A_\alpha, B)$.

PROPOSITION 4. — *Soit* I *filtrant à droite, et* I* *une partie cofinale de* I. *Alors l'application naturelle* $\varprojlim^{(n)}(A, I) \to \varprojlim^{(n)}(A, I^*)$ *est un isomorphisme.*

PROPOSITION 5. — *Si* $I = Z^+$, *alors* A *est flasque si et seulement si chaque projection* p^α_β *est surjective.*

COROLLAIRE. — *Si* I *est filtrant à droite et admet un sous-ensemble cofinal, dénombrable, alors* $\varprojlim^{(i)} A = 0$, $i \geq 2$ *pour tout* A.

Prenons en effet une résolution $0 \to A \to S^0 \to B \to 0$ avec S^0 flasque. (On prend comme ensemble d'indices un sous-ensemble cofinal, isomorphe à Z^+.) Il est facile de voir que chaque projection de B est surjective, donc B est flasque, ce qui démontre le corollaire, vu la proposition 4. Donc, sous l'hypothèse du corollaire à la proposition 5 la suite spectrale du théorème 1 dégénère en des suites exactes

$$0 \to \varprojlim^{(1)} \mathrm{Ext}^{n-1}(A_\alpha, B) \to \mathrm{Ext}^n(\varinjlim A, B) \to \varprojlim \mathrm{Ext}^n(A_\alpha, B) \to 0$$

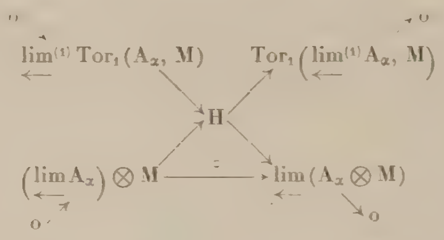
qui généralisent certains résultats d'Eilenberg-Mac Lane ([3]). Parmi les nombreux résultats de commutation entre $\varprojlim$, $\varinjlim$ et autres foncteurs classiques (par exemple H*) qui se démontrent de la même manière, remarquons seulement le théorème suivant, où Λ est un anneau noethérien.

THÉORÈME 2. — *Soit* A *un système projectif de* Λ-*modules à droite,* M *un* Λ-*module à gauche* de type fini (hypothèse essentielle). *Alors il existe deux*

suites spectrales aboutissant à la même limite avec premiers termes

$$E_2^{pq} = \mathrm{Tor}_{-p}\left(\varprojlim^{(q)} A, M\right) \quad \text{et} \quad E_2^{pq} = \varprojlim^{(p)} \mathrm{Tor}_{-q}(A_\alpha, M).$$

COROLLAIRE. — *Si* $\Lambda = Z$ *et* I *satisfait aux hypothèses du corollaire à la proposition* 5, *l'application naturelle* $\left(\varprojlim A_\alpha\right) \otimes M \xrightarrow{\varepsilon} \varprojlim (A_\alpha \otimes M)$ *admet une factorisation*



telle que les diagonales dans ce diagramme soient exactes.

Si l'on veut remplacer M par un système projectif B avec B_β de type fini, on a besoin du théorème suivant :

THÉORÈME 3. — *Il existe une suite spectrale aboutissant à* $\varprojlim^{(n)} (A, I \times J)$, *dont le premier terme est* $E_2^{pq} = \varprojlim^{(p)}\left(\varprojlim^{(q)} (A, J), I\right)$.

Montrons finalement comment on peut modifier l'homologie de Čech (à coefficients dans un groupe abélien, pour simplifier), afin d'obtenir une théorie qui satisfait aux axiomes d'exactitude :

Les $(C_*(\mathfrak{M}, A))_{\mathfrak{M} \in P(X)}$ (les chaînes des recouvrements ouverts $\mathfrak{M}$ de l'espace topologique X) forment un système projectif de complexes paramétré par P (X) = l'*ensemble* des recouvrements ouverts (U_x) de X tels que $x \in U_x$. Prenons une résolution flasque de ce système et passons à la limite projective. Nous obtenons ainsi un complexe double. Les groupes d'homologie $\tilde{H}_*$ du complexe simple associé, ont toutes les bonnes propriétés d'exactitude. De plus, si X est métrique et compacte, $\varprojlim^{(i)} P(X) = 0$, $i \geq 2$, donc les deux suites spectrales du complexe double se simplifient, et l'on obtient en particulier des suites exactes

$$0 \to \varprojlim^{(1)} H_{n+1}(\mathfrak{M}, A) \to \tilde{H}_n(X, A) \to \check{H}_n(X, A) \to 0$$

($\check{H}_*$ = l'homologie de Čech). Remarquons enfin que Deheuvels (⁴) a introduit des groupes d'homologie d'un espace X en prenant des foncteurs dérivés d'un foncteur h_Φ qui n'est exact ni à gauche ni à droite, alors que notre procédé est probablement équivalent à prendre les foncteurs satellites de ce foncteur.

(¹) A. GROTHENDIECK, *Tohoku Math. J.*, 9, 1957, p. 119-221.
(²) ZUEI-ZONG YEH, *Thèse*, Princeton, 1959.
(³) EILENBERG-MACLANE, *Ann. Math.*, 43, (55), 1942, p. 757-831.
(⁴) DEHEUVELS, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 2492.

(*Université de Lund, Suède.*)

GROUPES DE LIE. — *Convolution des courants sur un groupe de Lie.* Note de Mme **Marianne Guillemot-Teissier**, présentée par M. René Garnier.

1. Définition et propriétés générales de la convolution. — Soient S et T deux courants définis respectivement sur les variétés C^∞ orientées V et W ([1]); sur la variété C^∞ $V \times W$, canoniquement orientée, on définit le courant $S \otimes T$ comme devant vérifier :

$$\langle S \otimes T, \varphi \wedge \psi \rangle = \langle S, \varphi \rangle \langle T, \psi \rangle, \qquad \varphi \in \Pi_V^* \mathcal{D}_V, \qquad \psi \in \Pi_W^* \mathcal{D}_W$$

où $\varphi \to \Pi_V^* \varphi$ est l'application de $\mathcal{D}_V$ dans $\mathcal{D}_{V \times W}$, transposée de la projection Π_V : $(v, w) \to v$ de $V \times W$ dans $V\,[\Pi_V^* \varphi(v, w) = \varphi(v)]$. Définition analogue pour Π_W^*.

Prenons $V \times W = G \times G$, G étant un groupe de Lie orienté de dimension n; soit γ l'application de $G \times G$ sur G définie par $\gamma(x, y) = xy$. Si l'image inverse d'un compact de G coupe le support de $S \otimes T$ suivant un compact, on peut définir l'image par γ de $S \otimes T$; ce sera le *produit de convolution* $S \star T$ de S et T; on peut écrire symboliquement :

$$\langle S \star T, \varphi \rangle = \langle S_x \otimes T_y, \varphi(xy) \rangle.$$

Le support du produit de convolution est contenu dans le produit (au sens du groupe de Lie) des supports. Si S et T sont de degrés respectifs p et q, $S \star T$ est de degré $p + q - n$, et nul si $p + q < n$. S, T, U étant trois courants sur G, si, dans l'application $(x, y, z) \to xyz$ de $G \times G \times G$ sur G l'image inverse d'un compact de G coupe le support de $S \otimes T \otimes U$ suivant un compact, on a

$$S \star (T \star U) = (S \star T) \star U.$$

Si δ_a est le courant de support ponctuel a de degré n, défini par $\langle \delta_a, \varphi \rangle = \varphi(a)$, on a

$$\delta_a \star T = \tau_a^g T \qquad \text{et} \qquad T \star \delta_a = \tau_a^d T$$

[τ_a^g (resp. τ_a^d) désignant la translation à gauche $x \to ax$ (resp. à droite $x \to xa$)]. La différentielle de $S \star T$ est $d(S \star T) = S \star dT + (-1)^{n-q} dS \star T$ (q degré de T). Si G est commutatif, $S \star T = (-1)^{(n-p)(n-q)} T \star S$ (p et q degrés de S et T) ([2]).

2. Vecteurs tangents. — Soit V une variété orientée de dimension n; à une dérivation (ou vecteur tangent) X_a en un point a de V, nous pouvons faire correspondre deux courants de support ponctuel a : 1° le courant $\overset{n}{X}_a$ de degré n, défini par la dérivation $\langle \overset{n}{X}_a, f \rangle = X_a(f)$ pour toute fonction différentiable f; 2° le courant $\overset{n-1}{X}_a$ de degré $n - 1$, tel que pour toute forme φ

de degré 1, $\langle \overset{n-1}{X}_a, \varphi \rangle$ est le produit scalaire du covecteur $\varphi(a)$ et du vecteur X_a. Si φ est la différentielle d'une fonction f, on a

$$\langle \overset{n-1}{X}_a, df \rangle = \langle \overset{n}{X}_a, f \rangle = X_a(f).$$

Il en résulte que $\overset{n}{X}_a = (-1)^n d\overset{n-1}{X}_a$.

Un champ de vecteurs différentiable ξ détermine deux applications linéaires de $\mathcal{D}_V$ dans lui-même; la *dérivation* $\theta(\xi)$ et le *produit intérieur* $i(\xi)$. Soit T un courant de degré p; pour avoir des définitions de $\theta(\xi)T$ et $i(\xi)T$ qui restent vraies quand T est une forme, nous posons

$$\langle \theta(\xi)T, \varphi \rangle = -\langle T, \theta(\xi)\varphi \rangle \quad \text{et} \quad \langle i(\xi)T, \varphi \rangle = (-1)^{p+1}\langle T, i(\xi)\varphi \rangle.$$

3. Cas d'un groupe de Lie. — La variété étant celle d'un groupe de Lie G orienté de dimension n, désignons par X un vecteur tangent à l'origine du groupe. a étant un élément quelconque de G, $\overset{n}{X} \star \delta_a$ (resp. $\delta_a \star \overset{n}{X}$) est la dérivation au point a définie par le *champ de vecteurs invariant à droite* (resp. à gauche) déterminé par sa valeur X à l'origine. $\overset{n-1}{X} \star \delta_a$ (resp. $\delta_a \star \overset{n-1}{X}$) est le courant de degré $n-1$ associé à cette dérivation. On montre que

$$\overset{n}{X} \star T = -\theta_d(X)T \quad \text{et} \quad \overset{n-1}{X} \star T = (-1)^{p-1} i_d(X)T \quad (p \text{ degré de } T),$$
$$T \star \overset{n}{X} = -\theta_g(X)T, \quad T \star \overset{n-1}{X} = (-1)^{n+1} i_g(X)T;$$

$\theta_d(X)$ et $i_d(X)$ [resp. $\theta_g(X)$ et $i_g(X)$] désignant la dérivation et le produit intérieur par le champ invariant à droite (resp. à gauche) déterminé par sa valeur X à l'origine.

Si X et Y sont deux multivecteurs à l'origine, $X \star Y = X \wedge Y$; l'*algèbre extérieure des multivecteurs coïncide avec leur algèbre de convolution.*

Si X est un multivecteur à l'origine de dimension q, T un courant de degré p :

$$X \star T = (-1)^{q(p+1)} i_d(X)T, \quad T \star X = (-1)^{q(n+1)} i_g(X)T.$$

Algèbre de Lie. — De la définition

$$\theta_g(X)\theta_g(Y) - \theta_g(Y)\theta_g(X) = \theta_g[X, Y],$$

on déduit

$$\overset{n}{X} \star \overset{n}{Y} - \overset{n}{Y} \star \overset{n}{X} = [X, Y]^{n}, \quad \overset{n}{X} \star \overset{n-1}{Y} - \overset{n-1}{Y} \star \overset{n}{X} = \overset{n-1}{X} \star \overset{n}{Y} - \overset{n}{Y} \star \overset{n-1}{X} = [X, Y]^{n-1}.$$

4. Régularisation. — Soit T un courant de degré p, α une forme $\in \mathcal{D}_G$ de degré q, $T \star \alpha$ et $\alpha \star T$ sont des formes C^∞ vérifiant

$$(T \star \alpha)(y) = (-1)^{q(n-p)} \langle T(x), \alpha(x^{-1}y) \rangle,$$
$$(\alpha \star T)(y) = (-1)^{(n-q)(p+q)} \langle T(x), \alpha(xy^{-1}) \rangle.$$

Opération de symétrie. — Pour définir la transformation $T \to \check{T}$ de $\mathcal{D}'_G$ dans lui-même, qui, lorsque le courant est une forme α, vérifie $\check{\alpha}(x) = \alpha(x^{-1})$, nous posons

$$\langle \check{T}, \varphi \rangle = (-1)^n \langle T, \check{\varphi} \rangle,$$

d'où

$$(S \star T)^{\vee} = \check{T} \star \check{S}\, (-1)^{(p+q)n+pq} \qquad (p \text{ degré de } S,\ q \text{ degré de } T),$$

$$\langle S, \varphi \rangle = (-1)^{n-p}\, \mathrm{Tr}(S \star \check{\varphi}) = (-1)^{np}\, \mathrm{Tr}(\varphi \star \check{S}),$$

$$\langle S \star T, \varphi \rangle = \langle S, \varphi \star \check{T} \rangle (-1)^{n(p+1)+pq} = \langle T, \check{S} \star \varphi \rangle (-1)^{n(p+q+1)+(q+1)p}.$$

Si Y est un multivecteur de dimension q, $\dot{Y}^{\vee} = (-1)^{(n-q)}\, Y$; si $\overset{n}{X}$ est une dérivation (degré n) à l'origine, $(\overset{n}{X})^{\vee} = (-1)^{n-1}\overset{n}{X}$.

5. Courants de support ponctuel et opérateurs invariants. — Soit D un opérateur différentiel C^∞; il définit un champ C^∞ de courants ponctuels de degré n, le courant D_a de support a étant défini par $\langle D_a, \varphi \rangle = D\varphi(a)$. Réciproquement un champ C^∞ de courants ponctuels définit un opérateur différentiel C^∞. L'application $D \to D_e$ de l'espace Δ^d des opérateurs différentiels *invariants à droite* dans l'espace $\mathcal{E}'_e$ des courants de support l'origine, *est bijective*. Si $A \in \mathcal{E}'_e$ et si D est défini par $D_a = \tau^d_a A$, on a $D\varphi = (-1)^n \check{A} \star \varphi$; l'application qui à $D \in \Delta^d$ fait correspondre $(-1)^n \check{D}_e \in \mathcal{E}'_e$ est un homomorphisme (donc isomorphisme) d'algèbres pour la composition des opérateurs différentiels et la convolution dans $\mathcal{E}'_e$. On déduit de ces propriétés l'isomorphisme entre les algèbres Δ^d, $\mathcal{E}'_e$ et $\mathfrak{U}$, algèbre enveloppante universelle de l'algèbre de Lie de G.

(1) Pour les propriétés générales des courants et les notations, *voir* De Rham, *Variétés différentiables*, Hermann, Paris. Les courants envisagés ici sont *impairs*; le *degré* est toujours celui d'une forme ou d'un courant *homogène*.

(2) La convolution des courants a été étudiée, dans des espaces plus généraux, par F. Norguet dans sa *Thèse* (1960) et J. Braconnier, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 60.

(2, rue du Val-de-Grâce, Paris, 5e.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle de l'hypothèse de Stone en théorie de la mesure.* Note (*) de M. **Michel Métivier**, transmise par M. Arnaud Denjoy.

Une condition nécessaire et suffisante d'existence d'un espace de représentation au sens de H. Bauer est donnée; cette condition est strictement plus faible que l'hypothèse usuelle de M. H. Stone. Le rôle topologique de ces hypothèses est mis en évidence.

1. Position et énoncé du problème. — $\mathcal{R}$ désigne dans ce qui suit un espace vectoriel sur $\mathbf{R}$ de fonctions numériques finies, définies sur un ensemble E, tel que env. sup $(f, g) \in \mathcal{R}$ pour tout $(f, g) \in \mathcal{R} \times \mathcal{R}$.

Pour la définition des mesures abstraites nous renvoyons à Bourbaki [1]. Si μ est une mesure abstraite sur $\mathcal{R}$ et $L^1(\mu)$ l'espace de Banach des classes d'équivalence mod μ de fonctions intégrables, on sait, en utilisant un résultat très général de S. Kakutani [2], qu'on peut construire un espace localement compact $E'(\mu)$ et une mesure μ' sur $E'(\mu)$ tels que $L^1(\mu)$ et $L^1(\mu')$ soient isomorphes en tant qu'espaces de Banach et espaces de Riesz. Afin d'obtenir un théorème de représentation évitant certains inconvénients de l'espace de Kakutani [notamment E' fonction de μ et $E'(\mu)$ non homéomorphe à E dans le cas où E est localement compact et où $\mathcal{R} = \mathcal{K}(E)$], H. Bauer [3] a introduit une hypothèse supplémentaire utilisée déjà par M. H. Stone [4], et dont L. H. Loomis avait souligné l'importance [5]. Nous désignons cette hypothèse par (S) :

(S) Si $f \in \mathcal{R}$, alors env. inf. $(1, f) \in \mathcal{R}$.

Cette hypothèse est suffisante pour obtenir un espace de représentation E' localement compact et une application φ de E dans E' vérifiant [6], [7] :

(1.1) $\varphi(E)$ est partout dense dans E'.

(1.2) Toute fonction $f \in \mathcal{R}$ peut se représenter [de façon necessairement unique en vertu de (1.1)] par $f = f' \circ \varphi$, f' étant définie sur E', continue, à valeurs dans $\overline{\mathbf{R}}$ et s'annulant à l'infini.

(1.3) L'homomorphisme injectif : $f \to f'$ étant désigné par Φ, et $\mathcal{K}(E')$ désignant l'espace de Riesz des fonctions continues sur E' à support compact, la restriction μ^0 à $\mathcal{R}^0 = \Phi^{-1}[\Phi(\mathcal{R}) \cap \mathcal{K}(E')]$ de toute mesure abstraite μ sur $\mathcal{R}$ peut se mettre de façon unique sous la forme $\mu^0 = \mu' \circ \Phi$, μ' étant une mesure de Radon sur E'.

Ces propriétés entraînent d'ailleurs à elles seules $\mu(f) = \mu'(\Phi(f))$ quel que soit $f \in \mathcal{R}$, et l'isomorphie en tant qu'espaces semi-normés et espaces de Riesz de $\mathcal{L}^p(\mu)$ et $\mathcal{L}^p(\mu')$ [8].

La condition (1.3) est évidemment équivalente à la suivante :

(1.3') $\Phi(\mathcal{R}) \cap \mathcal{K}(E')$ est dense dans $\mathcal{K}(E')$ pour la topologie forte. C'est pourquoi nous posons les définitions suivantes :

DÉFINITION 1. — *On appellera espace de représentation de Bauer au sens large (en abrégé espace B. s. l.) tout couple* (φ, E′) *vérifiant les hypothèses* (1.1), (1.2) *et* (1.3′).

DÉFINITION 2. — $\mathcal{R}^0$ *étant un sous-espace de* $\mathcal{R}$, *constitué par des fonctions numériques bornées sur* E, *tel que env. sup.* $(f, g) \in \mathcal{R}^0$ *pour tout* $(f, g) \in \mathcal{R}^0 \times \mathcal{R}^0$, *on appelle espace de Bauer au sens restreint (en abrégé espace B. s. r.) relatif à* $\mathcal{R}^0$ *tout couple* (φ, E′) *constitué par un espace localement compact* E′ *et une application* φ *de* E *dans* E′ *vérifiant les hypothèses* (1.1) *et :*

(1.2′) *toute fonction* $f \in \mathcal{R}^0$ *peut se représenter (de façon unique) par* $f = f' \circ \varphi$, *avec* $f' \in \mathcal{K}(E')$.

(1.3″) $\Phi(\mathcal{R}^0)$ *est dense dans* $\mathcal{K}(E')$ *pour la topologie forte.*

Dans ce qui suit nous obtenons successivement des conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence des espaces B. s. r. et B. s. l. Le rôle topologique de ces hypothèses apparaît dans le résumé des démonstrations.

2. SOLUTION DU PROBLÈME RESTREINT.

PROPOSITION 1. — *Si* (φ, $E'_{\mathcal{R}^0}$) *existe,* $\mathcal{R}^0$ *vérifie les deux hypothèses suivantes :*

(D_1) *Quels que soient* $f \in \mathcal{R}^{0+}$ *et* $\varepsilon > 0$, *il existe* $g \in \mathcal{R}^0$ *tel que* $f(x) > 0$ *entraîne* $1 + \varepsilon \geq g(x) \geq 1$.

(D_2) *Quel que soit* $x \in E$, *il existe* $f \in \mathcal{R}^0$ *tel que* $f(x) \neq 0$.

Cette proposition résulte rapidement des hypothèses (1.3″) et (1.1). Nous supposons maintenant que (D_1) et (D_2) sont vérifiées. On associe alors à tout $h \in \mathcal{R}^{0+}$ l'ensemble $K_h = \{x : h(x) \geq 1\}$ et le sous-espace $\mathcal{R}^0_h$ des fonctions de $\mathcal{R}^0$ nulles en dehors de K_h. Dès lors (D_1) exprime que $\mathcal{R}^0 = \bigcup_{h \in \mathcal{R}^0} \mathcal{R}^0_h$. Ceci permet de munir $\mathcal{R}^0$ de la topologie $\mathcal{T}^0$ suivante : chaque $\mathcal{R}^0_h$ est muni de la topologie $\mathcal{T}^0_h$ déduite de la structure uniforme de la convergence uniforme dans K_h, et ($\mathcal{R}^0$, $\mathcal{T}^0$) est l'espace localement convexe limite inductive de ses sous-espaces ($\mathcal{R}^0_h$, $\mathcal{T}^0_h$).

PROPOSITION 2. — *Il y a identité entre le dual topologique* $\mathcal{L}^0$ *de* ($\mathcal{R}^0$, $\mathcal{T}^0$) *et l'espace de Riesz des formes linéaires relativement bornées sur* $\mathcal{R}^0$. *Le cône positif* $\mathcal{L}^{0+}$ *de* $\mathcal{L}^0$ *est complet pour la topologie faible sur* $\mathcal{L}^0$.

THÉORÈME 1. — *Pour qu'il existe un espace de Bauer au sens restreint* (φ, $E'_{\mathcal{R}^0}$) *relatif à* $\mathcal{R}^0$, *il faut et il suffit que* $\mathcal{R}^0$ *vérifie les hypothèses* (D_1) *et* (D_2). *Si* (φ_1, $E'_{1\,\mathcal{R}^0}$) *et* (φ_2, $E'_{2\,\mathcal{R}^0}$) *sont deux solutions du problème restreint relatif à* $\mathcal{R}^0$, *il existe un homéomorphisme* Ψ *de* $E'_{1\,\mathcal{R}^0}$ *sur* $E'_{2\,\mathcal{R}^0}$ *tel que* $\varphi_2 = \Psi_0 \varphi_1$. *Pour que* $E'_{\mathcal{R}^0}$ *soit compact, il faut et il suffit qu'il existe* $\alpha > 0$ *et* $f \in \mathcal{R}^0$ *tels que* $f(x) \geq \alpha$ *quel que soit* $x \in E$.

Pour que φ *soit injective, il faut et suffit que* $\mathcal{R}^0$ *sépare les points de* E. *Si l'on munit alors* E *de la structure uniforme la moins fine rendant uniformément continues les fonctions de* $\mathcal{R}^0$, E *est précompact et il existe un isomorphisme* $\hat{\varphi}$ *du complété* $\hat{E}$ *de* E *sur le compactifié d'Alexandroff de* $E'_{\mathcal{R}^0}$, *la restriction de* $\hat{\varphi}$ *à* E *étant* φ.

L'espace $E'_{\mathcal{R}^0}$ se construit aisément si l'on remarque que l'ensemble Σ des formes linéaires $\varepsilon_x : f \to f(x)$ pour x variant dans E, est un ensemble équicontinu pour $\mathcal{C}^0$, dans $\mathcal{L}^0$, donc relativement faiblement compact. Son adhérence faible (qui est dans $\mathcal{L}^{0+}$ d'après la proposition 2), privée de o, si o lui appartient, fournit un espace $E'_{\mathcal{R}^0}$, et l'application $x \to \varepsilon_x$ fournit l'application φ correspondante.

Pour établir l'unicité de $(\varphi, E'_{\mathcal{R}^0})$ à un homéomorphisme près, on utilise l'homéomorphie de E' et de l'ensemble des mesures de masse totale 1 à support ponctuel, muni de la topologie vague.

3. Solution du problème large.

Théorème 2. — *Soit $\mathcal{R}$ satisfaisant aux hypothèses générales du début. A toute $h \in \mathcal{R}^+$ on associe l'ensemble* $K_h = \{x : h(x) \geq 1\}$. $\mathcal{R}^0$ *désigne l'ensemble des fonctions de $\mathcal{R}$ nulles en dehors d'un K_h. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe un espace de Bauer au sens large* $(\varphi, E'_{\mathcal{R}})$ *est que $\mathcal{R}$ vérifie les hypothèses* (D_2) *et* (S') :

(S') *Quels que soient $f \in \mathcal{R}$, $\varepsilon > 0$ et α, β réels avec $0 < \alpha < \beta$, il existe $g \in \mathcal{R}^0$ tel que $|g\text{-}\inf(\beta, f) + \inf(\alpha, f)| < \varepsilon$.*

Si $(\varphi_1, E'_{1\mathcal{R}})$ *et* $(\varphi_2, E'_{2\mathcal{R}})$ *sont deux solutions du problème* B. s. l., *il existe un homéomorphisme Ψ de $E'_{1\mathcal{R}}$ sur $E'_{2\mathcal{R}}$ tel que $\varphi_2 = \Psi_0 \varphi_1$.*

Pour que $\Phi(f) \in \mathcal{K}(E')$, il faut et suffit que $f \in \mathcal{R}^0$, et $(\varphi, E'_{\mathcal{R}})$ est solution du problème B. s. r. *associé à* $\mathcal{R}^0$.

Théorème 3. — (S) *entraîne* (S') ([9]).

Remarque. — L'exemple suivant permet de prouver que (S') est strictement plus faible que (S) : E est un sous-ensemble de la droite réelle **R** tel qu'il existe un intervalle ouvert non vide de **R** dans lequel E soit dense. $\mathcal{R}$ est l'ensemble des restrictions à E des fonctions continues sur **R**, représentables par intervalle par une fonction rationnelle de la forme $p(x)/q(x)$, $p(x)$ étant un polynome de degré inférieur au degré de $q(x)$, et $q(x)$ n'ayant pas de zéro (réel) dans l'intervalle où la fraction rationnelle représente la fonction continue envisagée.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) *Cf.* N. Bourbaki, *Intégration*, chap. IV (*Actual. scient. et ind.*, n° 1175, Paris, Hermann, 1952).

([2]) *Cf.* S. Kakutani, *Ann. Math.*, 42, 1941, p. 523-537.

([3]) H. Bauer, *Bull. Soc. Math. Fr.*, 85, 1957, p. 51-75.

([4]) M. H. Stone, *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, 34, 1948, p. 337.

([5]) L. H. Loomis, *Amer. J. Math.*, 76, 1954, p. 168-182.

([6]) H. Bauer, *ibid.*, p. 63, 64 et 65.

([7]) Pour une autre démonstration, *voir* aussi T. Riedrich, *Archiv. d. Math.*, 11, 1960, p. 206-217.

([8]) H. Bauer, *ibid.*, p. 69 et suiv.

([9]) H. Bauer, *ibid.*, p. 55. La démonstration s'y trouve essentiellement.

ANALYSE FONCTIONNELLE. — *Sur les domaines fondamentaux des fonctionnelles de type transfini.* Note (*) de M. **Motokiti Kondô**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'auteur a défini antérieurement des fonctionnelles de type transfini. Pour obtenir les domaines d'existence de ces fonctionnelles, il convient de généraliser d'abord cette dernière notion; c'est ce qu'on fait dans cette Note.

1. Suivant l'idée des ensemblistes, les êtres mathématiques peuvent être définis par des ensembles de points [1]. D'autre part, on peut les définir au moyen de fonctionnelles, suivant l'idée des analystes; la théorie des fonctionnelles est donc aussi fondamentale dans les mathématiques.

Le but de cette Note est de les définir, sans faire appel à la notion cantorienne du transfini.

2. Parmi les fonctionnelles, celles qui sont simples sont fondamentales; les autres s'en déduisent en les composant arithmétiquement; on dit qu'elles sont *composées*. Le domaine des fonctionnelles simples est dit *fondamental*. Soit $\mathfrak{S}$ un domaine fondamental de fonctionnelles simples. Alors, toute fonctionnelle de $\mathfrak{S}$ est appelée *élément* de S.

3. La relation fondamentale entre les éléments d'un domaine fondamental $\mathfrak{S}$ de fonctionnelles est celle de l'égalité $=$ et elle vérifie les postulats : (A.1) $a = a$; (A.2) $a = b$ entraîne $b = a$; (A.3) $a = b$ et $b = c$ entraînent $a = c$.

4. Pour deux éléments a et b de S, si la *valeur* de b en a est définie, on dit que la suite $\langle a, b \rangle$ est *propre*.

Si la suite $\langle a, b \rangle$ est propre, on pose $a \prec b$ ou bien $b \succ a$, et sinon, on pose $a \succsim b$ ou bien $b \precsim a$. Si l'on a $a \precsim b$ et $b \precsim a$ en même temps, on pose $a \sim b$ et l'on dit qu'ils sont du même *type*. En désignant par $\rho(a)$ le type de a, on pose $\rho(a) = \rho(b)$ ou bien $\rho(a) < \rho(b)$, suivant qu'on a $a \sim b$ ou bien $a \prec b$.

Maintenant, nous posons les postulats : (A.4) Pour deux éléments a et b de $\mathfrak{S}$, $\langle a, b \rangle$ et $\langle b, a \rangle$ ne sont pas propres en même temps; (A.5) Pour trois éléments a, b et c de $\mathfrak{S}$, si $\langle a, b \rangle$ et $\langle b, c \rangle$ sont non propres en même temps, $\langle a, c \rangle$ est aussi non propre.

Dès lors, le domaine $\rho(\mathfrak{S})$ des types $\rho(a)$ $(a \in \mathfrak{S})$ est ordonné suivant la relation $\dot{\prec}$.

Pour un élément α de $\rho(\mathfrak{S})$, s'il existe un élément α_0 de $\rho(\mathfrak{S})$ tel que $\alpha_0 \prec \alpha$ et que $\beta \prec \alpha$, où $\beta \in \rho(\mathfrak{S})$, entraîne $\beta \leq \alpha_0$, on dit qu'il est *isolé* et sinon, on dit qu'il est *limite*. Si α est isolé, posons $\alpha = \alpha_0 + 1$ pour l'élément α_0 ainsi défini.

5. Pour un élément α de $\rho(\mathfrak{S})$, nous désignons par $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ le domaine des éléments a de $\mathfrak{S}$ tels que $\rho(a) = \alpha$ et nous l'appelons le *composant*

de $\mathfrak{S}$ dont le *type* est α. Posons $\mathfrak{S} = \bigcup_{\beta < \alpha} \mathfrak{R}^{(\beta)}$ et appelons-le le *segment* de $\mathfrak{S}$ dont le type est α.

Les opérations fondamentales sur les éléments de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ sont l'addition $+$, la soustraction $-$ et la multiplication $.$; et l'on pose les postulats suivants : (B.1) Pour les éléments a et b de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$, la somme $a + b$, la différence $a - b$ et le produit ab sont aussi les éléments de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$; (B.2) $a = b$ entraîne $a + c = b + c$, et $ac = bc$; (B.3) $(a + b) + c = a + (b + c)$, $(ab)\,c = a\,(bc)$; (B.4) $a + b = b + a$, $ab = ba$; (B.5) $(a + b)\,c = ac + bc$; (B.6) $(a - b) + b = a$; (B.7) Il existe un élément $e^{(\alpha)}$ de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ tel qu'on ait $e^{(\alpha)}\,a = ae^{(\alpha)} = a$ pour chaque élément a de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$.

Dès lors, $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ est un anneau commutatif. On désigne par $o^{(\alpha)}$ l'élément nul de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$.

6. Considérons maintenant les produits intérieurs d'éléments de $\mathfrak{S}$. Posons les postulats : (B.8) Si $\langle a, b \rangle$ est propre, le produit intérieur (a, b) est un élément de $\mathfrak{S}$; (B.9) Pour tous éléments a, b, c et d de $\mathfrak{S}$ tels qu'on ait $a = c$ et $b = d$, si $\langle a, b \rangle$ est propre, $\langle c, d \rangle$ est aussi propre et $(a, b) = (c, d)$; (B.10) Pour tous éléments a, b et c de $\mathfrak{S}$, si $\langle a, b \rangle$ est propre, $\langle c, (a, b) \rangle$ n'est pas propre; (B.11) Pour tous éléments a et b de $\mathfrak{R}^{(\alpha)}$ et c de $\mathfrak{S}$, si $\langle c, a \rangle$ et $\langle c, b \rangle$ sont propres, $\langle c, a \pm b \rangle$ et $\langle c, ab \rangle$ sont aussi propres. De plus, on a $(c, a \pm b) = (c, a) = (c, b)$ et $(c, ab) = (c, a)\,(c, b)$.

7. Considérons maintenant le domaine $\mathfrak{J}$ des nombres entiers. Pour cela, posons le postulat : (C.1) Il existe un élément b de $\mathfrak{S}$ tel que $\langle a, b \rangle$ ne soit pas propre pour tout élément a de $\mathfrak{S}$; et appelons tout élément b de $\mathfrak{S}$, qui remplit la condition du postulat (C.1), un *nombre entier*. Posons $\rho\,(b) = 0$ pour un nombre entier b et $e^{(0)} = 1$, $o^{(0)} = 0$. Dès lors, on a $\mathfrak{R}^{(0)} = \mathfrak{J}$, et le produit intérieur d'éléments de $\mathfrak{S}$ est aussi entier.

Posons les postulats : (C.2) $\sum_{k=1}^{9} a_k^2 = 0$ entraîne $a_k = 0$ $(k = 1, 2, \ldots, 9)$ pour les nombres entiers a_k $(k = 1, 2, \ldots, 9)$; (C.3) Pour tout nombre entier a, il existe quatre nombres entiers a_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ tels qu'on ait $\sum_{k=1}^{4} a_k^2 = a$ ou bien $-a$.

Si l'on a $a - b = \sum_{k=1}^{4} a_k^2$ pour les nombres entiers a et b, on pose $a \geqq b$ ou bien $b \leqq a$. Si l'on a $a \geqq b$ et $a \neq b$ en même temps, on pose $a > b$ ou bien $b < a$. De plus, on dit qu'un nombre entier est *positif* ou bien *négatif*, suivant que $a > 0$ ou bien $a < 0$. Puis, posons : (C.4) Pour les nombres entiers a et b tels qu'on ait $a > b$ et $b > 0$, il existe un nombre entier c tel qu'on ait $(c + 1)\,a > b$ et $b \geqq ca$; (C.5) Pour les nombres entiers a et b, $a > b$ entraîne $a \geqq b + 1$.

Pour l'induction mathématique, posons : (J) Pour un élément a de $\mathfrak{S}$ et un nombre p entier et positif, supposons qu'on ait 1° $(1, a) = 1$; 2° $0 < x + 1 < p$ et $(x, a) = 1$ entraînent $(x + 1, a) = 1$. Alors, on a $(x, a) = 1$ pour tout nombre x entier tel que $1 \leq x < p$.

8. Une suite $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle$ de n éléments de $\mathfrak{S}$ est appelée *point d'ordre n*, et leur domaine est appelé *espace fondamental* à n dimensions. En se servant des variables x_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$ sur $\mathfrak{S}$, on peut le représenter par $\mathfrak{U}_{\mathfrak{S}}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Alors, on peut définir la *topologie faible* sur un tel espace. En effet, pour les éléments a et b_k $(k = 1, 2, \ldots, p)$ de $\mathfrak{S}$ tels qu'on ait $\rho(b_k) \leq \alpha$ $(k = 1, 2, \ldots, p)$ et $\alpha \in \rho(\mathfrak{S})$, nous désignons par $U^{(\alpha)}(a; b_1, b_2, \ldots, b_p)$ l'ensemble de tous les éléments x de $\mathfrak{S}$ tel qu'on ait : 1° $\rho(a) < \rho(b_k)$ entraîne $(x, b_k) = (a, b_k)$; 2° $\rho(a) = \rho(b_k)$ entraîne $x = a$; et 3° $\rho(a) > \rho(b_k)$ entraîne $(b_k, x) = (b_k, a)$ et appelons-le *voisinage faible* de type α de a. Alors, l'espace fondamental $\mathfrak{U}_{\mathfrak{S}}(x)$ est topologique au sens de F. Hausdorff par rapport aux voisinages faibles de type α.

9. Étant donnés deux domaines fondamentaux $\mathfrak{S}_0$ et $\mathfrak{S}$ tels qu'on ait $\mathfrak{S}_0 \leq \mathfrak{S}$, on peut définir une analyse sur $\mathfrak{S}$ par rapport à $\mathfrak{S}_0$. Elle est désignée par $\mathfrak{A}(\mathfrak{S}_0, \mathfrak{S})$ et appelée une *hyper-analyse relative* sur $\mathfrak{S}$ par rapport à $\mathfrak{S}_0$.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1841, 1945, 2084, 2209 et 2275.

(*Mathematical Institute,*
Faculty of Science, Tokyo Metropolitan University, Tokyo, Japon.)

FONCTIONNELLES. — *Les séries de Fourier aléatoirement bornées, continues, uniformément convergentes.* Note (*) de M. **Pierre Billard**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Problèmes de probabilités en relation avec les fonctions périodiques et leurs séries de Fourier.

Nous étudions les fonctions périodiques réelles F (x) définies par leurs séries de Fourier

(1) $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx + \Phi_n),$$

où les amplitudes réelles a_n sont fixées, et où les phases $\Phi_n = \Phi_n(\omega)$ sont des variables aléatoires réelles centrées, indépendantes en bloc, équiréparties modulo $2\pi (\omega \in \Omega$, champ de probabilité).

Nous considérons aussi la série

(1') $$\sum_{n=1}^{\infty} a_{m_n} \cos(m_n x + \Phi_{m_n})$$

obtenue à partir de (1) en modifiant l'ordre des termes d'une façon arbitraire, mais indépendante de ω. Nous nous intéressons aux propriétés suivantes :

($\mathfrak{P}_1$) Convergence uniforme de (1).

($\mathfrak{P}'_1$) Convergence uniforme de (1').

($\mathfrak{P}_2$) Continuité de F (x).

($\mathfrak{P}_3$) Appartenance de F (x) à L^∞.

Nous connaissons [*cf.* (1)] des conditions explicites, portant sur les a_n, qui sont suffisantes pour que ($\mathfrak{P}_j$) soit presque sûre, et d'autres conditions qui sont nécessaires.

Ces conditions sont les mêmes pour $j = 1, 2, 3$. Nous allons en donner la raison. Nous considérons la série (1).

Théorème 1. — *Si* ($\mathfrak{P}_3$) *est presque sûre,* ($\mathfrak{P}'_1$) *est presque aussi sûre. Autrement dit, les probabilités de* ($\mathfrak{P}_1$), ($\mathfrak{P}'_1$), ($\mathfrak{P}_2$) *et* ($\mathfrak{P}_3$) *sont les mêmes, toujours* 0 *ou* 1.

Le théorème 1 résulte à simple lecture des propositions suivantes :

Proposition A. — *Si* ($\mathfrak{P}_3$) *est presque sûre,* ($\mathfrak{P}_2$) *est aussi presque sûre.*

Proposition B. — *Si* ($\mathfrak{P}_2$) *est presque sûre, il existe pour* (1') *une suite* $\{n_k\}$ *fixe, telle que les sommes partielles d'ordre* n_k *soient presque sûrement uniformément convergentes.*

Proposition C. — *Soit* $x \searrow X_n(x, \omega_n)$ *une suite de fonctions aléatoires* $(a \leq x \leq b)$ $\{\omega_n\}$ *étant une suite de variables aléatoires indépendantes sur le champ* Ω. *Soit* A_n *la norme de* $X_n(x, \omega_n)$ *dans* $L^1([ab] \times \Omega)$. *Supposons*

que $\sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 < \infty$ *et que, pour chaque valeur fixée de* x, *les variables aléatoires* $X_n(x, \omega_n)$ *soient centrées dans* Ω. *Alors l'existence d'une suite d'indices fixe* $\{n_k\}$ *telle que les sommes partielles d'ordre* n_k *de la série*

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n$$

soient presque sûrement uniformément convergentes (par rapport à x*) implique la convergence uniforme presque sûre de cette série.*

Si au lieu de (1) nous considérons la série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \pm a_n \cos nx, \tag{2}$$

où les signes + et — sont choisis au hasard, avec la même probabilité, et indépendamment les uns des autres pour les différentes valeurs de n, et que, au lieu de (1′), nous considérions une permutée (2′) de la série (2), on peut encore utiliser les propositions B et C, et l'on obtient :

Théorème 2. — *Si* $(\mathfrak{T}_2)$ *est presque sûre pour* (2), $(\mathfrak{T}'_1)$ *est aussi presque sûre pour* (2′).

Le détail des démonstrations sera publié ultérieurement. Le lemme suivant est important dans la démonstration de la proposition A :

Lemme. — *Si* $I_1, I_2, \ldots, I_n, \ldots$ *est une suite d'intervalles ouverts que nous plaçons au hasard sur le cercle trigonométrique,* $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n, \ldots$ *étant les abscisses de leurs centres, il est presque sûr que l'ensemble des points du cercle appartenant à une infinité d'entre eux ne soit pas vide, et même, soit de deuxième catégorie.*

Remarque. — Dans le cas de (2), nous ne savons pas encore si $(\mathfrak{T}_3)$ presque sûre entraîne $(\mathfrak{T}_2)$ presque sûre, mais si $(\mathfrak{T}_3)$ est presque sûre, il est presque sûr que (2) a ses sommes partielles uniformément bornées.

Cas de plusieurs variables. — Les théorèmes 1 et 2 s'étendent aux séries

$$\sum_{n,m} a_{n,m} \cos[nx + my + \Phi_{n,m}],$$

$$\sum_{n,m} \pm a_{n,m} \cos[nx + my],$$

quand vis-à-vis de la convergence uniforme nous nous restreignons aux sommes $\sum_{n,m \leq N}$.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) J.-P. Kahane, *Studia mathematica*, 19, 1960.

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Sur l'analyticité de la solution du problème de Cauchy pour certaines classes d'opérateurs paraboliques.* Note (*) de M. **Takeshi Kotake**, présentée par M. Jean Leray.

On se propose dans cette Note d'étudier l'analyticité de la solution du problème de Cauchy pour certains opérateurs paraboliques à coefficients analytiques et en particulier, on démontre l'existence d'une solution élémentaire E (t, x) analytique de (t, x) pour $t > 0$.

Soit un intervalle $J = \{0 \leq t \leq 1\}$ de l'axe réel, soit R^n l'espace euclidien de dimension n avec les coordonnées $x = (x_1, \ldots, x_n)$.

Soit $L^2(J \times R^n)$, $L(R^n)$ les espaces hilbertiens formés des fonctions $u = (u_1, \ldots u_l)$, $h = (h_1, \ldots h_l)$ à valeurs vectorielles de dimension l de carré sommable dans $J \times R^n$ et R^n avec les produits scalaires :

$$|v, u; J \times R^n| = \sum_{i=1}^{l} \int_{J \times R^n} v_i \bar{u}_i \, dt \, dx,$$

$$|g, h; R^n| = \sum_{i=1}^{l} \int_{R^n} g_i \bar{h}_i \, dx.$$

Soit L un opérateur parabolique de la forme suivante :

$$L = I \frac{\partial}{\partial t} + A,$$

I étant matrice d'unité, $A = \left(\sum_{|\alpha| \leq 2m} a_\alpha^{ij}(t, x) \, \partial^\alpha / \partial x^\alpha \right)$ $(i, j \leq l)$ est un opérateur uniformément fortement elliptique d'ordre $2m$ avec les coefficients C^∞ bornés, ainsi que toutes leurs dérivées, dans $J \times R^n$, c'est-à-dire, $A_0(t, x, \xi) + A_0^*(t, x, \xi)$ est une matrice uniformément définie positive pour tout $(t, x) \in J \times R^n$ et tout $\xi \neq 0$ réel, où A^* est l'adjoint formel de A, $A_0(t, x, \xi)$, $A^*(t, x, \xi)$ sont les matrices correspondant à la partie principale de A, A^* par substitution : $\partial/\partial x \to i\xi$.

Désignons par $\mathcal{D}(J \times R^n)$ une sous famille de $L^2(J \times R^n)$, formée des fonctions de classe C^∞ à support compact. Prenons ici deux éléments $u, v \in \mathcal{D}(J \times R^n)$, v étant nul au voisinage de $t = 1$, on a alors

$$(1) \qquad |L^* v, u; J \times R^n| - |v, f; J \times R^n| = |v(0), h; R^n|$$

pour $f = L u$ et $h = u(0)$ et $L^* = -I(\partial/\partial t) + A^*$.

Cette identité nous permet de définir dans $L^2(J \times R^n)$ les extensions faible L_W et forte L_S de L avec les domaines de définition D_W et D_S respectivement, de manière suivante : $u \in D_W$ si et seulement s'il existe $f \in L^2(J \times R^n)$, $h \in L^2(R^n)$ tels qu'on ait la relation (1) pour tout $v \in \mathcal{D}(J \times R^n)$ s'annulant au voisinage de $t = 1$, et convenons d'écrire f, h par $L_W u$, $\mathrm{Tr}(u)$,

qui sont déterminés d'une façon unique par $u \in D_W$; $u \in D_S$ si et seulement s'il existe une suite $\{ u_i \}$ dans $\mathcal{D}(J \times R^n)$ telle que u_i, $L\, u_i$, $u_i(0)$ convergent respectivement vers u, f dans $L^2(J \times R^n)$ et vers h dans $L^2(R^n)$. On peut démontrer alors :

Identité des extensions faible L_W *et forte* L_S, *en d'autres termes*, $D_W = D_S$. de plus, on a :

L'application F *de* D_W *dans* $L^2(J \times R^n) \times L^2(R^n)$ *définie par*

$$F(u) = (L_W u, \operatorname{Tr}(u))$$

est biunivoque et surjective.

ceux-ci, qui résolvent sous forme abstraite le problème de Cauchy, sont des conséquences immédiates du lemme suivant :

LEMME. — *Soit k un entier positif quelconque et* $u \in \mathcal{D}(J \times R^n)$ *identiquement nul au voisinage de* $t = 0$, *il existe alors une constante* $c_k > 0$ *indépendante de u telle que*

$$\left| \frac{\partial u}{\partial t}; J \times R^n \right|_k + |u; J \times R^n|_{k+2m} \leq c_k \, |L u; J \times R^n|_k,$$

où $|u; J \times R^n|_k = \sum_\alpha |(\partial^\alpha/\partial x^\alpha)\, u, (\partial^\alpha/\partial x^\alpha)\, u; J \times R^n|$ *pour tout multi-indice* α *avec* $|\alpha| \leq k$.

Passons maintenant au théorème concernant l'analyticité de la solution du problème de Cauchy.

HYPOTHÈSES. — (1) *Les coefficients* $\{ a_\alpha^{ij} \}$ *de l'opérateur* A *sont indépendants de la variable t et uniformément analytiques dans* R^n, *à savoir, il existe une constante* $c > 0$ *telle que*

$$\sup_{x \in R^n, i, j, \alpha} \left| \frac{\partial^\beta}{\partial x^\beta} a_\alpha^{ij}(x) \right| \leq \beta!\, c^{|\beta|}$$

pour tout multi-indice β *où* $\beta! = \beta_1! \ldots \beta_n!$.

(2) *Les données de Cauchy f, h sont telles que* $h \in L^2(R^n)$ *et que* $f(t, x)$ *soit analytique dans* $J \times R^n$, *par rapport au système de différenciation* $(\partial/\partial t, A)$, *c'est-à-dire, pour tout entier* k, $k' \geq 0$, *on a*

$$\left| \frac{\partial^k}{\partial t^k} A^{k'} f; J \times R^n \right| \leq k!\, (2mk')!\, c^{k+k'}.$$

A^k *étant l'opérateur itéré de* A.

Alors d'après ce qui précède, il existe une solution $u \in L^2(J \times R^n)$ telle qu'on ait $L\, u = f$ et $\operatorname{Tr}(u) = h$, pour laquelle on a le

THÉORÈME. — *Sous les hypothèses* (1) *et* (2), *la solution* $u(t, x) = (u_1, \ldots u_l)$ *est une fonction à valeurs vectorielles, analytique de* (t, x) *dans le sous-domaine de* $J \times R^n$ *défini par* $t > 0$.

Esquisse de la démonstration. — J' étant sous-intervalle ouvert quelconque de J, le théorème sur l'identité des extensions faible et forte, et les hypo-

thèses (1) et (2) entraînent la majoration suivante :

$$\left| \mathrm{I}\frac{\partial^k}{\partial t^k}u;\ \mathrm{J}'\times \mathrm{R}^n \right| \leqq k!\, c^k$$

pour une certaine constante $c > 0$ indépendante de k.

Posons maintenant

$$\mathrm{B} = (-1)^m \frac{\partial^{2m}}{\partial t^{2m}} + \mathrm{A}\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$$

c'est un opérateur elliptique d'ordre $2m$ à coefficients analytiques défini dans $\mathrm{J} \times \mathrm{R}^n$; pour lequel on obtient facilement

$$|\mathrm{B}^k u;\ \mathrm{J}' \times \mathrm{R}^n| \leqq (2km)!\, c^k,$$

où B^k est l'opérateur itéré de B, c étant nouvelle constante > 0.

Maintenant, le théorème s'ensuit du critère d'analyticité suivant, qui est déjà annoncé dans le cas de l'opérateur scalaire ([4]).

CRITÈRE D'ANALYTICITÉ. — *Soit, en général,* $\mathrm{B} = \left[\sum_{|\alpha| \leqq m} b_\alpha^{ij}(x)\, \partial^\alpha/\partial x^\alpha\right]$ $(i, j \leqq l)$ *un opérateur elliptique à coefficients analytiques dans un ouvert* Ω *de* R^n, *tel que la matrice* $\mathrm{B}_0(x, \xi) = \left[\sum_{|\alpha| = m} b_\alpha^{ij}(x)\, \xi^\alpha\right]$ *soit non singulier pour tout point* $x \in \Omega$ *et tout vecteur réel* $\xi \neq 0$. *Alors, pour qu'une fonction* $u(x)$ *à valeurs vectorielles de dimension* l *soit analytique dans* Ω, *il faut et il suffit qu'il existe une constante* $c > 0$ *indépendante de* k *(entier* $\geqq 0$*) telle que*

$$|\mathrm{B}^k u;\ \Omega'| \leqq (km)!\, c^k$$

pour tout compact Ω' *de* Ω.

Remarque. — Selon P. D. Lax ([5]), en introduisant la norme négative et l'espace hilbertien correspondant, on peut traiter de la même façon le problème de Cauchy avec les données à valeurs « distributions »; on obtient alors :

Sous les hypothèses ci-dessus, il existe toujours une solution élémentaire $\mathrm{E}(t, x)$ *identiquement nulle pour* $t < 0$ *et analytique de* (t, x) *pour* $t > 0$.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) S. D. EIDELMAN, *Mat. Sb.*, 38, 1956.
([2]) K. O. FRIEDRICHS, *Comm. Pure Appl. Math.*, 7, 1954.
([3]) T. KOTAKÉ, *Proc. Japan Acad.*, 34, 1958.
([4]) T. KOTAKÉ et M. S. NARASIMHAN, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 1549.
([5]) P. D. LAX, *Comm. Pure Appl. Math.*, 8, 1955.
([6]) S. MIZOHATA, *J. Math. Soc. Japan*, 8, nº 4, 1956.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les transformations des variétés presque hermitiennes et presque kählériennes.* Note de M. **Boubakar Ba**, présentée par M. Joseph Pérès.

Dans cette Note, on étudie certaines conditions dans lesquelles des transformations conformes sont des isométries et l'on obtient en même temps diverses propriétés des transformations presque analytiques des variétés presque kahlériennes.

1. Dérivées de Lie de formes et tenseurs. — Si α est un tenseur covariant d'ordre p, $\mathcal{J}$ un champ d'opérateurs sur une variété V, X un champ de vecteur, $\mathcal{L}(X)$ l'opérateur de dérivation de Lie correspondant, on a pour tous champs de vecteur t_i, les relations

$$(1)\quad [\mathcal{L}(X)\alpha](t_1, \ldots, t_p) = \mathcal{L}(X).\alpha(t_1, \ldots, t_p) - \sum_{i=1}^{p}\alpha(t_1, \ldots, t_{i-1}, [X, t_i], \ldots, t_p).$$

$$(2)\quad [\mathcal{L}(X)\mathcal{J}](t) = [X, \mathcal{J}t_i] - \mathcal{J}([X, t_i]).$$

2. Variétés presque hermitiennes. — V désigne dans ce paragraphe une variété presque hermitienne, de dimension $2n$, de forme fondamentale ω, de métrique g et d'opérateur de structure presque complexe $\mathcal{J}$ ($\mathcal{J}^2 = - I$).

Transformations conformes :

Théorème 1. — *Pour qu'une transformation conforme soit un automorphisme de la structure presque hermitienne il faut et il suffit qu'elle conserve* ω.

L'algèbre de Lie des transformations infinitésimales conformes conservant la structure presque symplectique coïncide avec l'algèbre de Lie des automorphismes infinitésimaux.

Transformations presque analytiques. — On appelle ainsi les transformations qui conservent la structure presque complexe. D'après (2) elles sont caractérisées par $[X, \mathcal{J}t) = \mathcal{J}[X, t]$ pour tout champ de vecteur t. De la formule (1) on déduit

$$[\mathcal{L}(X)\omega](Y, Z) + [\mathcal{L}(X)g](Y, \mathcal{J}Z) = g(Y, \mathcal{J}[X, Z] - [X, \mathcal{J}Z]).$$

Pour tout opérateur u sur les champs de vecteurs, et tout tenseur bicovariant τ, posons $(u\tau)(\alpha, \beta) = \tau(\alpha, u\beta)$, on a alors les relations

$$(3)\quad \boxed{\mathcal{L}(X)\omega + \mathcal{J}.\mathcal{L}(X)g + (\mathcal{L}(X)\mathcal{J})g = 0,} \qquad \boxed{\mathcal{J}.\mathcal{L}(X)\omega + (\mathcal{L}(X)\mathcal{J})\omega = \mathcal{L}(X)g;},$$

d'où l'on déduit que pour qu'une transformation infinitésimale X soit presque analytique il faut et il suffit que le tenseur

$$t(X) = \mathcal{L}(X)\omega + \mathcal{J}.\mathcal{L}(X)g$$

soit nul ou ce qui revient au même que $\mathcal{L}(X)$ et $\mathcal{J}$ opérant sur ω commutent. Signalons aussi la relation $\mathcal{J}.\mathcal{L}(X)\mathcal{J} + (\mathcal{L}(X)\mathcal{J}).\mathcal{J} = 0$.

Posons

$$T(Y, Z) = [\mathcal{J}Y, \mathcal{J}Z] - [Y, Z] - \mathcal{J}[\mathcal{J}Y, Z] + \mathcal{J}[\mathcal{J}Z, Y];$$

c'est la 2-forme vectorielle dont la nullité assure l'intégrabilité de la structure presque complexe. On montre que pour toute transformation infinitésimale X presque analytique

$$[X, T(Y, Z)] = T([X, Y], Z) + T(Y, [X, Z]).$$

3. Variétés presque kählériennes. — Dans ce paragraphe la variété sera supposée presque kählérienne ($d\omega = 0$).

Théorème 2. — *Toute transformation infinitésimale conforme, presque analytique, d'une variété presque kählérienne complète non localement euclidienne est un automorphisme.*

Si X est conforme (3) entraîne en posant $\mathcal{L}(X)\mathcal{J} = u$,

$$-ug = \mathcal{L}(X)\omega + \frac{1}{n}\delta\xi.\omega,$$

où ξ désigne l'image de X dans l'isomorphisme entre vecteurs et formes défini par la métrique. On vérifie de plus que $Cug = -ug$ et comme $C\omega = \omega$ on déduit

$$\mathcal{L}(X)\omega + C\mathcal{L}(X)\omega + \frac{2}{n}\delta\xi.\omega = 0$$

$d\omega = 0$ entraîne $\mathcal{L}(X)\omega = -dC\xi$, d'où

$$\boxed{\frac{2}{n}\delta\xi.\omega = dC\xi + CdC\xi.} \tag{4}$$

De sorte que les isométries sont, parmi les transformations conformes, caractérisées par l'équation $(dC + C\,dC)\,\xi = 0$.

La formule (4) entraîne $(2/n)\,d\delta\xi \wedge \omega = dC\,dC\xi$, de sorte que les homothéties sont les transformations conformes solutions de $dC\,dC\xi = 0$, car la relation $\alpha \wedge \omega = 0$ entraîne $\alpha = 0$ pour degré $(\alpha) \leq n - 2$, puisque [(3), o. 218] l'application $\alpha \rightarrow \alpha \wedge \omega$ est injective dès que $\deg(\alpha) \leq n - 2$. Donc pour toute variété complète presque kählérienne non localement euclidienne $dC\,dC\xi = 0$ caractérise les isoméries. En particulier les transformations presque analytiques vérifient $C\,dC\xi = d\,C\xi$, donc la relation $dC\,dC\xi = 0$, d'où le théorème énoncé.

On a, d'autre part [(1), p. 42]

$$\omega.\delta\xi = \delta(\xi \wedge \omega) + C^{-1}dC\xi = \delta(\xi \wedge \omega) + CdC\xi,$$

d'où

$$\boxed{\left(1 - \frac{2}{n}\right)\omega.\delta\xi = \delta(\xi \wedge \omega) - dC\xi,} \tag{5}$$

d'où l'on déduit, par exemple, que sur toute variété presque kählérienne compacte, par intégration, et en utilisant la relation

$$\delta\xi.\omega^n + \mathcal{L}(X)\omega^n = 0$$

qui résulte du fait que l'élément de volume est $(1/n)\,\omega^n$, que

$$\|\mathcal{L}(X)\omega\|^2 = -\left(1-\frac{2}{n}\right)\|\delta\xi\|^2,$$

ce qui permet de retrouver un théorème de Goldberg (²).

Toute transformation infinitésimale conforme d'une variété presque kählérienne compacte de dimension supérieure à 2 est une isométrie (c'est d'ailleurs un automorphisme).

Transformations conformes à ξ fermées. — La relation

$$d\xi - C\,d\xi + M\,dC\xi = \xi \circ T \quad [(^3), \text{p. } 228]$$

donne si ξ est fermée, $M\,dC\xi = \xi \circ T$.

Or $M\,dC\xi = 0$ équivaut à $C\,dC\xi = dC\xi$, ce qui équivaut à $ug = 0$ lorsque X est conforme; or $ug = 0$ équivaut à $u = 0$, donc :

Les transformations infinitésimales conformes fermées sont presque analytiques si et seulement si $\xi \circ T = 0$. En particulier, lorsque la structure est intégrable, on a :

THÉORÈME 3. — *Sur toute variété kählérienne complète non localement euclidienne toute transformation infinitésimale fermée conforme est un automorphisme.*

Les relations précédentes entraînent en outre le résultat suivant :

Si sur une variété presque kählérienne il existe au voisinage de chaque point $2n$ transformations infinitésimales presque analytiques fermées linéairement indépendantes, la structure presque complexe est intégrable.

Transformations presque analytiques des variétés compactes. — La relation

$$\delta(\xi \wedge \omega) = \omega.\delta\xi - C\,dC\xi$$

donne lorsque X est presque analytique

$$\delta(\xi \wedge \omega) = \omega.\delta\xi - dC\xi = \omega.\delta\xi + \mathcal{L}(X)\omega,$$

et comme $\delta\xi.\omega^n + \mathcal{L}(X)\,\omega^n = 0$ on en déduit par intégration

$$\|\delta\xi\| = \|\mathcal{L}(X)\omega\| = \|dC\xi\|.$$

D'où le théorème :

THÉORÈME 4. — *Sur toute variété presque kählérienne compacte, une transformation infinitésimale presque analytique est un automorphisme si et seulement si elle conserve l'élément de volume* ($\delta\xi = 0$);
ce qui généralise un résultat connu pour les variétés kählériennes.

(¹) A. WEIL, *Variétés kahlériennes*, Hermann, 1958.
(²) GOLDBERG, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1960, p. 54.
(³) A. LICHNEROWICZ, *Théorie globale des Connexions*, Cremonese, 1955.

GÉOMÉTRIE. — *Projections naturelles des tenseurs de courbure d'une variété V_{n+1} à métrique hyperbolique normale.* Note (*) de

Mme **Ida Cattaneo-Gasparini**, présentée par M. Joseph Pérès.

Projections naturelles des tenseurs de courbure R_{ijlm} et R_{jm} d'une variété à métrique hyperbolique normale, selon un repère mobile « temps-espace » défini par une congruence « temporelle » quelconque Γ_0. Ces projections s'expriment par des éléments géométriques de Γ_0 (*tourbillon d'espace* $\tilde{\Omega}_{ij}$, *tenseur de déformation* $\tilde{K}_{ij}$, *vecteur de courbure* C_i, et leurs dérivées covariantes transverses) et par le *tenseur de courbure d'espace* $\tilde{R}^*_{ijlm}$.

1. *Décomposition naturelle des tenseurs.* — Soit V_{n+1} une variété riemannienne à métrique hyperbolique normale, x^i ($i = 0, 1, 2, \ldots, n$) un système quelconque de coordonnées locales adaptées, $ds^2 = g_{ik}\, dx^i\, dx^k$ la métrique, qu'on suppose de signature $- + + \ldots + +$; on dira x^0 variable temporelle et x^α (¹) variables d'espace. Soit Γ_0 la congruence des lignes $x^0 =$ var.; $\vec{\gamma}$ le vecteur unitaire tangent à ces lignes ($\gamma^0 = 1/\sqrt{-g_{00}}$, $\gamma^\alpha = 0$; $\gamma_i = g_{i0}/\sqrt{-g_{00}}$); T_x l'espace vectoriel tangent, au point x; Θ_x et Σ_x ses sous-espaces respectivement parallèle et normal à $\vec{\gamma}$ (temps et espace associés, dans la terminologie relativiste).

On fera usage systématique d'une technique de projection développée il y a quelques années en relativité générale (²), (³) : le tenseur symétrique $\gamma_{ik} = g_{ik} + \gamma_i\gamma_k$ ($\gamma_{i0} = 0$) y joue le rôle de *projecteur* sur Σ_x (aussi bien que de tenseur métrique en Σ_x) et le tenseur $-\gamma_i\gamma_k$ de projecteur sur Θ_x. Pour un tenseur double t_{ij}, par exemple, $\mathcal{P}_{\Sigma\Theta}(t_{ij}) \equiv -\gamma_i^r\gamma_j\gamma^s t_{rs}$ indique la projection sur le sous-espace $\Sigma\otimes\Theta$ de $T_x\otimes T_x$. Pour t_{ij} on a la décomposition naturelle suivante :

$$t_{ij} = \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma}(t_{ij}) + \mathcal{P}_{\Sigma\Theta}(t_{ij}) + \mathcal{P}_{\Theta\Sigma}(t_{ij}) + \mathcal{P}_{\Theta\Theta}(t_{ij}).$$

On généralise ces projections et décompositions à un tenseur d'ordre quelconque.

Soient : $\tilde{\partial}_i f \equiv [\partial_i - (\gamma_i/\gamma_0)\,\partial_0]\, f$ l'opération de dérivation transverse; $\tilde{\nabla}^*_i s_j \equiv \tilde{\partial}_i s_j - \tilde{\Gamma}^h_{ij} s_h$ (s_j, vecteur d'espace : $s_j \in \Sigma_x$) l'opération de dérivation covariante transverse, où les $\tilde{\Gamma}$ sont des expressions formellement identiques aux symboles de Christoffel, les g_{ik} étant remplacées par les γ_{ik} et la dérivation ∂ par la dérivation transverse $\tilde{\partial}$.

Soient enfin : $\Omega_{ij} \equiv \nabla_i\gamma_j - \nabla_j\gamma_i$ le tenseur *tourbillon*;

$$\tilde{\Omega}_{ij} \equiv \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma}(\Omega_{ij}) \equiv \gamma^0\left[\tilde{\partial}_i\left(\frac{\gamma_j}{\gamma_0}\right) - \tilde{\partial}_j\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)\right]$$

le tenseur *tourbillon d'espace*; $K_{ij} \equiv \nabla_i\gamma_j - \nabla_j\gamma_i$ le *tenseur de Killing*; $\tilde{K}_{ij} \equiv \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma}\, K_{ij} = \gamma^0\,\partial_0\gamma_{ij}$ le *tenseur de déformation*, $C_i = \gamma^j\nabla_j\gamma_i$ le *vecteur de courbure*; tous éléments essentiels de la congruence Γ_0.

2. *Projections naturelles du tenseur de Riemann.* — Des 16 termes de la décomposition naturelle du tenseur de Riemann R_{ijlm}, seulement neuf ne sont pas nuls. De ces neuf il suffit d'en calculer trois : $P_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R_{ijlm})$, $\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{ijlm})$, $P_{\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{ijlm})$, les autres se ramenant immédiatement aux deux premiers. Pour les obtenir on a utilisé la formule classique de Ricci, $\nabla_m \nabla_l V_i - \nabla_l \nabla_m V_i = R^i{}_{jlm} V_i$, en l'appliquant, selon le cas, à un vecteur V_i purement d'espace ($\in \Sigma$), ou de temps ($\in \Theta$). Par cette formule, en utilisant les décompositions naturelles des tenseurs qui se déduisent du vecteur $\vec{\gamma}$ par des dérivations du premier ordre ($\nabla_i \gamma_j$, Ω_{ij}, K_{ij}) et des tenseurs $\nabla_i s_j$ et $\nabla_i s_{jm}$ ($s_i \in \Sigma$, $s_{jm} \in \Sigma \otimes \Sigma$) (3), après des calculs assez longs on arrive aux résultats suivants :

$$(1) \qquad \mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R_{ijlm}) = \gamma_i \gamma_l \Big[-\frac{1}{2} \gamma^0 \partial_0 (\tilde{K}_{mj} + \tilde{\Omega}_{mj}) + \frac{1}{4} (\tilde{K}^r_m + \tilde{\Omega}^r_m)(\tilde{K}_{jr} + \tilde{\Omega}_{jr}) + C_j C_m + \tilde{\nabla}^{\star}_m C_j \Big],$$

$$(2) \qquad \mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{ijlm}) = -\gamma_i \Big[\frac{1}{2} \tilde{\nabla}^{\star}_m (\tilde{K}_{lj} + \tilde{\Omega}_{lj}) - \frac{1}{2} \tilde{\nabla}^{\star}_l (\tilde{K}_{mj} + \tilde{\Omega}_{mj}) + C_j \Omega_{lm} \Big],$$

$$(3) \qquad \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{ijlm}) = R^{\star}_{ijlm} + \frac{1}{4} (\tilde{K}_{li} + \tilde{\Omega}_{li})(\tilde{K}_{mj} + \tilde{\Omega}_{mj}) - \frac{1}{4} (\tilde{K}_{mi} + \tilde{\Omega}_{mi})(\tilde{K}_{lj} + \tilde{\Omega}_{lj}) + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}_{ml} \tilde{\Omega}_{jl}.$$

En (3) on a posé

$$(4) \quad \tilde{R}^{\star}_{ijlm} = \frac{1}{2} [\tilde{\partial}_l \tilde{\partial}_j \gamma_{mi} - \tilde{\partial}_l \tilde{\partial}_i \gamma_{jm} - \tilde{\partial}_m \tilde{\partial}_j \gamma_{li} + \tilde{\partial}_m \tilde{\partial}_l \gamma_{jl}] - \gamma^{rs} \tilde{\Gamma}_{jm,s} \tilde{\Gamma}_{il,r} + \gamma^{rs} \tilde{\Gamma}_{jl,s} \tilde{\Gamma}_{im,r};$$

il s'agit d'une expression de tenseur d'espace formellement identique à une des expressions classiques du tenseur de courbure, sauf la substitution des $\tilde{\partial}_i$ aux ∂_i et des γ_{ik} aux g_{ik}. Nous l'appellerons *tenseur de courbure d'espace*. Incidemment nous ajouterons, à ce propos, qu'on pourrait aussi définir comme tenseur de courbure d'espace le tenseur

$$\tilde{P}^{\star}_{ijlm} = \gamma_{ik} [\tilde{\partial}_l \tilde{\Gamma}^k_{jm} - \tilde{\partial}_m \tilde{\Gamma}^k_{jl} + \tilde{\Gamma}^t_{jm} \tilde{\Gamma}^k_{tl} - \tilde{\Gamma}^t_{jl} \tilde{\Gamma}^k_{tm}],$$

qui est aussi formellement identique à une expression classique du tenseur de courbure. Cette expression n'est pourtant pas antisymétrique par rapport à i et j, l'ordre des dérivations transverses successives n'étant pas indifférent $\big[$en effet on a $(\tilde{\partial}_l \tilde{\partial}_m - \tilde{\partial}_m \tilde{\partial}_l) \gamma_{ij} = \tilde{\Omega}_{lm} \tilde{K}_{ij}\big]$. C'est pourquoi nous avons préféré l'expression (4) qui jouit évidemment de toutes les propriétés de symétrie et antisymétrie d'un tenseur de Riemann. Entre les deux tenseurs il y a la relation

$$\tilde{R}^{\star}_{ijlm} = \tilde{P}^{\star}_{ijlm} + \frac{1}{2} \tilde{\Omega}_{ml} \tilde{K}_{lj}.$$

On déduit aisément les autres projections non nulles de R_{ijlm} :

$$\mathcal{P}_{\Sigma\Theta\Sigma\Theta}(R_{ijlm}) = \mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R_{jiml}),$$

$$\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Theta}(R_{ijlm}) = -\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R_{ijml}), \qquad \mathcal{P}_{\Sigma\Theta\Theta\Sigma}(R_{ijlm}) = -\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R_{jilm}),$$

$$\mathcal{P}_{\Sigma\Sigma\Sigma\Theta}(R_{ijlm}) = -\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{mlij}), \qquad \mathcal{P}_{\Sigma\Theta\Sigma\Sigma}(R_{ijlm}) = -\mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{jilm}),$$

$$\mathcal{P}_{\Sigma\Sigma\Theta\Sigma}(R_{ijlm}) = \mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Sigma\Sigma}(R_{lmij}).$$

3. *Projections naturelles du tenseur de Ricci.* — Pour les projections du tenseur de Ricci on trouve

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\Sigma\Sigma}(R_{jm}) &= \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma}(R^{i}{}_{jim}) + \mathcal{P}_{\Theta\Sigma\Theta\Sigma}(R^{i}{}_{jim}) \\ &= \tilde{R}^{*}_{jm} + \frac{1}{4}\tilde{K}_i^{i}(\tilde{K}_{mj} + \tilde{\Omega}_{mj}) - \frac{1}{2}\tilde{K}_{ij}(\tilde{K}_m{}^{i} + \tilde{\Omega}_m{}^{i}) + \frac{1}{2}\tilde{\Omega}_{mi}\tilde{\Omega}_j{}^{i} \\ &\qquad + \frac{1}{2}\gamma^0\partial_0(\tilde{K}_{mj} + \tilde{\Omega}_{mj}) - C_jC_m - \tilde{\nabla}^{*}_{m}C;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\Theta\Theta}(R_{jm}) &= \mathcal{P}_{\Sigma\Theta\Sigma\Theta}(R^{i}{}_{jim}) \\ &= \gamma_j\gamma_m\left[-\frac{1}{2}\gamma^0\partial_0\tilde{K}_i^{i} + \frac{1}{4}(\tilde{K}^{ir} + \tilde{\Omega}^{ir})(\tilde{K}_{ir} + \tilde{\Omega}_{ir}) + C_iC^{i} + \tilde{\nabla}^{*}_{i}C^{i}\right],\end{aligned}$$

$$\mathcal{P}_{\Sigma\Theta}(R_{jm}) = \mathcal{P}_{\Sigma\Sigma\Sigma\Theta}(R^{i}{}_{jim}) = \gamma_m\left[\frac{1}{2}\tilde{\nabla}^{*}_{j}\tilde{K}_i{}^{i} - \frac{1}{2}\tilde{\nabla}^{*}_{i}(\tilde{K}_j{}^{i} + \tilde{\Omega}_j{}^{i}) - C_i\tilde{\Omega}_j{}^{i}\right]$$

$$\mathcal{P}_{\Sigma\Theta}(R_{jm}) = \mathcal{P}_{\Sigma\Theta}(R_{mj}).$$

Dans le cas stationnaire (où en coordonnées adaptées on a $\partial_0 g_{ik} = 0$ et $\tilde{K}_{ij} = 0$) on retombe, à des conventions de signature près, sur les projections de R_{ijlm} et de R_{jm} calculées par Lichnérowicz [4].

(*) Séance du 5 juin 1961.

[1] Les indices latins varient de 0 à n et les indices grecs de 1 à n.

[2] C. Cattaneo, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 197.

[3] C. Cattaneo, *Annali di Matematica pura e applicata*, 48, 1959, p. 361.

[4] A. Lichnérowicz, *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme*, Masson, Paris, 1955, p. 119-120.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Translations conformes.* Note (*) de M. **Raymond Couty**, présentée par M. Joseph Pérès.

Définition et étude des translations conformes. Sur un espace proprement riemannien, il y a identité entre les translations conformes et les formes conformes fermées. Cas d'un espace Ricci-symétrique. Étude des espaces admettant un groupe local transitif de translations conformes.

1. Élie Cartan ([1]) a étudié les groupes de translations, c'est-à-dire les groupes de transformations isométriques dont les trajectoires des sous-groupes à un paramètre sont des géodésiques. Sur une variété riemannienne V_n, nous dirons qu'une 1-forme ξ définit une translation conforme si le champ de vecteurs associé par la dualité définie par la métrique définit un groupe à un paramètre de transformations conformes et si ses trajectoires sont des géodésiques. La translation sera dite propre si elle n'est pas réduite à une isométrie. Soit ξ une transformation conforme correspondant à une fonction Φ. Si ξ est fermée, on voit immédiatement que les trajectoires du champ de vecteurs associé sont des géodésiques. Réciproquement, si ξ est une translation conforme, c'est-à-dire vérifie

$$\nabla_i \xi_j + \nabla_j \xi_i = 2\Phi g_{ij}, \qquad \xi^i \nabla_i \xi_j = \lambda \xi_j;$$

où Φ et λ sont des scalaires, on obtient facilement

$$(1) \qquad \xi^p \nabla_p \xi_i = \xi^p \nabla_i \xi_p = \Phi \xi_i.$$

D'autre part, en utilisant la dérivée de Lie de la connexion riemannienne pour une transformation conforme quelconque on peut montrer que toute translation conforme propre vérifie

$$(2) \qquad (1-n)\,\Phi_p \xi^p = R_{pq} \xi^p \xi^q \qquad \left(\Phi_p = \frac{\partial \Phi}{\partial x^p}\right).$$

De (1) et (2), on déduit

$$(\nabla^l \xi^r - \nabla^r \xi^l)(\nabla_l \xi_r - \nabla_r \xi_l) = 0.$$

Théorème 1. — *Sur un espace proprement riemannien, toute translation conforme propre est fermée.*

2. Dans le cas d'un espace Ricci-symétrique ($\nabla_k R_{ij} = 0$) à courbure scalaire non nulle, toujours dans l'hypothèse $\Phi \neq 0$, on démontre d'abord la relation

$$R_{pq} \xi^p \xi^q = \frac{R}{n} \xi^p \xi_p,$$

d'où l'on déduit le résultat du théorème 1 pour une translation conforme de longueur non nulle, indépendamment de la signature de la métrique.

Associant alors à la 1-forme ξ_i et à la géodésique $x^i(s)$ la fonction $f = \xi_i (dx^i/ds)$, on obtient

$$\frac{d^2 f}{ds^2} + \frac{R}{n(n-1)} f = 0,$$

d'où, si, $R < 0$, on en déduit ([2]) que si ξ est de longueur bornée et si l'espace est complet, nécessairement $\xi = 0$.

Théorème 2. — *Sur un espace Ricci-symétrique complet à courbure scalaire négative il n'existe pas de translation conforme propre.*

Si l'espace est à courbure de Ricci nulle, on montre que toute translation conforme propre est une homothétie et, par suite, d'après un résultat de Yano ([4]), le champ de vecteurs associé est un champ de vecteurs concourrants.

3. Nous dirons que l'espace riemannien V_n admet au voisinage d'un point O un groupe local transitif de translations conformes, si ce groupe local est engendré par une distribution transitive de translations conformes, c'est-à-dire une distribution telle qu'en chaque point l'ensemble des vecteurs associés constitue une base de l'espace vectoriel tangent à V_n en ce point. Si V_n est proprement riemannien, d'après le théorème 1, toute translation conforme est fermée on déduit alors de (1),

$$\xi_i \Phi_j - \xi_j \Phi_i = 0. \tag{3}$$

Il résulte d'autre part que l'équation ([3])

$$\Delta\xi + \left(1 - \frac{2}{n}\right) d\,\delta\xi = Q\xi$$

que toute 1-forme conforme fermée vérifie

$$(1 - n)\,\Phi_i = R_{ip}\xi^p. \tag{4}$$

On déduit alors de (3)

$$R_{ip}\xi^p \xi_j = R_{jp}\xi^p \xi_i$$

et la transitivité entraîne que V_n est espace d'Einstein. Plaçons-nous maintenant dans le cas d'un espace d'Einstein E_n, pour une 1-forme conforme fermée, on obtient facilement

$$R_{ijkl}\xi^l = g_{ik}\Phi_j - g_{jk}\Phi_i$$

et en utilisant (4) dans ce cas :

$$R_{ijkl}\xi^l = \frac{R}{n(1-n)}(g_{ik}g_{jl} - g_{jk}g_{il})\xi^l,$$

la transitivité entraîne que E_n est à courbure constante.

Théorème 3. — *Tout espace proprement riemannien admettant un groupe local transitif de translations conformes propres est à courbure constante.*

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) E. Cartan, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Paris, Gauthier-Villars, 1946.

([2]) R. Couty, *Ann. Inst. Fourier*, 9, 1959, p. 147-248.

([3]) A. Lichnérowicz, *Géométrie des groupes de transformations*, Paris, Dunod, 1958.

([4]) K. Yano, *The theory of Lie derivatives and its applications*, Amsterdam, 1955.

MÉCANIQUE NON LINÉAIRE. — *Sur certaines solutions périodiques d'équations différentielles non linéaires à coefficients périodiques. Cas des systèmes où interviennent de petits et grands paramètres. Cas d'équation du second ordre où intervient un grand paramètre.* Note (*) de M. **Robert Faure**, présentée par M. Louis de Broglie.

On étudie dans cette Note en fonction de l'existence des solutions limites les conditions d'existence d'une solution périodique d'un système différentiel où intervient deux types de paramètres différents $\lambda \to 0$, $\mu \to \infty$. On indique l'application du théorème à l'équation $x'' + x = \mu f(x, x', t)$.

Les notations sont celles de notre dernière Note [1]. Nous allons tout d'abord étudier le système (S) d'équations :

$$\frac{dx_i}{dt} = \lambda f_i(x_k, t) \qquad (1 \leq i \leq p;\ \lambda \to 0),$$

$$\frac{dx_j}{dt} = \mu f_j(x_k, t) \qquad (p+1 \leq j \leq p+q;\ \mu \to \infty),$$

$$\frac{dx_h}{dt} = f_h(x_k, t) \qquad (p+q+1 \leq h \leq p+q+r = n).$$

$$(k = 1, \ldots, n)$$

satisfaisant aux hypothèses (H_1) :

1° Les fonctions $f_i(x_k, t)$ sont toutes des fonctions réelles périodiques de t de même période T, T et l'ensemble des fonctions sont indépendantes des paramètres λ et μ réels.

2° Il existe un système de fonctions réelles $u_1, u_2, \ldots, u_p, \ldots, u_n$ satisfaisant aux équations suivantes :

(I) $u_1, u_2, \ldots, u_p$ sont des constantes réelles :

$$\int_0^T f_i(u_1, u_2, \ldots, u_p, u_{p+1}, \ldots, u_q, u_{q+1}, \ldots, u_n, t)\,dt = 0 \qquad (1 \leq i \leq p);$$

(II) $$f_j(u_1, \ldots, u_p, u_{p+1}, \ldots, u_n, t) = 0 \qquad (p+1 \leq j \leq p+q);$$

(III) $$\frac{dx_h}{dt} = f_j(u_1, \ldots, u_p, \ldots, u_{p+q}, \ldots, u_n, t),$$

on a

$$u_i \in (B) \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

3° On suppose que le point M de coordonnées $u_1, \ldots, u_n$ appartient à un domaine (D) pour lequel les fonctions $f_1, \ldots, f_n$ sont holomorphes par rapport aux $x_1, \ldots, x_n, t$, quel que soit t.

On effectue le changement de fonction $x_i = u_i + v_i$.

On a le nouveau système

$$\frac{dv_i}{dt}+\lambda\sum_k \mathrm{L}_{ik}v_k=\lambda\left(e_i(t)+\Psi_i(v_k,\,t)+\sum_k \varphi_{ik}v_k\right),$$

$$\frac{dv_j}{dt}+\mu\sum_k \mathrm{L}_{jk}v_k=-\frac{du_j}{dt}+\mu\left(\Psi_j(v_k,\,t)+\sum_k \varphi_{jk}v_k\right),$$

$$\frac{dv_h}{dt}+\sum_k \mathrm{L}_{hk}v_k=\Psi_h(v_k,\,t)+\sum_k \varphi_{hk}v_k$$

$$(h=1,\,\ldots,\,n).$$

En définissant comme antérieurement une récurrence avec $v_{i0}=v_{j0}=v_{h0}=0$:

$$\frac{dv_{in}}{dt}+\lambda\sum_k \mathrm{L}_{ik}v_{kn}=\lambda\left(e_i(t)+\Psi_i(v_{k,n-1},\,t)+\sum_k \varphi_{ik}v_{k,\,n-1}\right),$$

$$\frac{dv_j}{dt}+\mu\sum_k \mathrm{L}_{jk}v_{kn}=-\frac{du_j}{dt}+\mu\left(\Psi_j(v_{k,n-1},\,t)+\sum_k \varphi_{ik}v_{k,\,n-1}\right),$$

$$\frac{dv_h}{dt}+\sum_k \mathrm{L}_{hk}v_{kn}=\Psi_j(v_{k,n-1},\,t)+\sum_k \varphi_{ik}v_{k,n-1},$$

avec

$$v_{in},\quad v_{i,n-1},\quad v_{j,n-1},\quad v_{jn},\quad v_{h,n-1},\quad v_{hn}\in(\mathrm{B}),$$

$$\mathrm{M}(v_{i,n-1},\,v_{j,n-1},\,v_{h,n-1}),\quad \mathrm{M}(v_{in},\,v_{jn},\,v_{hn})\in\Delta\subset\mathrm{D},$$

on peut calculer par récurrence les coefficients des séries de Fourier $\in(\mathrm{B})$ des fonctions v_{in}, v_{jn}, v_{hn} moyennant les hypothèses H (II) :

1° La matrice d'élément L_{ik} est régulière : $i, k=1\ldots n$;

2° La matrice d'élément $x_{i-p,\,j-p}=\mathrm{L}_{ij}(i\neq j$ et $i=j)$, avec $p+q\geqq i\geqq p+1$, $p+q\geqq j\geqq p+1$ n'admet aucune valeur propre nulle ou imaginaire pure.

3° Le déterminant $\Delta(x)$ d'éléments :

$$a_{i-p,\,j-p}=\mathrm{L}_{ij}\quad(i\neq j),\qquad \text{avec}\quad p+1\leqq i\leqq p+q+r=n,\qquad p+1\leqq j\leqq p+q+r;$$

$$a_{i-p,\,i-p}=\mathrm{L}_{ii}\qquad(p+1\leqq i\leqq p+q);$$

$$a_{i-p,\,i-p}=\mathrm{L}_{ii}+x\qquad(p+q+r\geqq i\geqq p+q+1);$$

n'a pas de racine imaginaire pure. Par des considérations analogues à celle de (I). On a alors

Théorème. — *Étant donné le système* (S) *satisfaisant aux hypothèses* $(\mathrm{H}_1)+(\mathrm{H}_2)$ *si les normes dans* (B) *des parties oscillantes des* $(\partial f_i/\partial x_j)\,(u_1,\,\ldots,\,u_n,\,t)$ *sont suffisamment petites* $\Bigl($*les valeurs moyennes* $(1/\mathrm{T})\int_0^{\mathrm{T}}(\partial f_k/\partial x_h)\,(u_1,\,u_n,\,t)\,dt$ *étant supposées fixes*$\Bigr)$ *avec* $i\geqq p+1$, $j\geqq p+1$; $h,\,k=1,\,\ldots,\,n$. *Il existe une solution périodique de période* T *qui tend vers les* $u_1,\,\ldots,\,u_n$ *lorsque* $\lambda\to 0$, $\mu\to\infty$.

L'équation du second ordre $x'' + x = \mu f(x, x', t)$, $f(x, x', t) = f(x, x', t + T)$ peut se traiter de la même manière. On montre en général que s'il existe une solution périodique de période T de l'équation différentielle $f(u, u', t) = 0$, $u, u' \in (B)$, $M(u, u') \in D$. La fonction $f(x, y, t)$ étant holomorphe pour tout point de (D) $0 < t < T$. Il existe une solution périodique de (E), les normes dans (B) des parties oscillantes des dérivées partielles

$$\frac{\partial f}{\partial x}(u, u', t); \qquad \frac{\partial f}{\partial x'}(u, u', t)$$

étant suffisamment petites $\left(\text{les valeurs moyennes } (1/T)\int_0^T (\partial f/\partial x)\,(u, u', t)\,dt,\right.$ $\left.(1/T)\int_0^T (\partial f/\partial x')\,(u, u', t)\,dt \text{ étant données}\right)$ lorsque $\mu \to \infty$; la solution tend alors vers u.

La méthode précédente n'est pas applicable à l'équation de Van der Pol lorsque l'amplitude de l'excitation augmente indéfiniment, en particulier au point de vue limite ou comportement; celui-ci est étudié dans ([2]).

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) R. FAURE, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2502.

([2]) R. FAURE, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2067.

(*Faculté des Sciences, Dakar.*)

ÉLASTICITÉ. — *Déplacements produits par une charge mobile à la surface d'un semi-espace élastique.* Note (*) de MM. **Jean Mandel** et **André Avramesco**, présentée par M. Albert Caquot.

Les auteurs étudient les déplacements que produit dans un semi-espace élastique, homogène, isotrope $z \geq 0$ limité par le plan $z = 0$ une force concentrée en un point de ce plan et qui se déplace dans la direction Ox avec une vitesse V (généralisation dynamique du problème de Boussinesq). Un régime permanent est supposé établi par rapport à des axes mobiles dont l'origine est le point d'application de la force. Dans le cas général les déplacements sont donnés sous forme d'intégrales simples. Toutefois, en un point de la surface, le déplacement normal dans le cas d'une force parallèle à Oz, le déplacement tangentiel dans le cas d'une force perpendiculaire à Oz peuvent être complètement explicités. Les expressions obtenues deviennent infinies lorsque la vitesse V atteint la célérité des ondes de surface de Rayleigh. Ce phénomène, dont l'amplitude est en fait limitée par la viscosité, a été vérifié expérimentalement sur un massif de gélatine.

La solution du problème est obtenue par la superposition d'ondes sinusoïdales de la forme

$$u_j = A_j\, e^{2\pi i[a(x - Vt) + by + icz]} \qquad (c > 0),$$

u_j désignant les trois composantes du déplacement au point x, y, z. Le groupement $x - Vt$ traduit l'hypothèse d'un régime permanent par rapport à des axes entraînés avec la vitesse V du point d'application de la force. La condition $c > 0$ traduit l'extinction du mouvement pour z infini positif.

Par application du théorème de Poisson, chacune des ondes peut être décomposée en :

a. Une onde irrotationnelle, pour laquelle $\vec{u} = \operatorname{grad} \varphi$, avec

$$\varphi = \frac{C}{2\pi}\, e^{2\pi i(ax' + by + ic_1 z)},$$

$$x' = x - Vt, \qquad c_1^2 = a^2 + b^2 - \frac{a^2 V^2}{\Omega_1^2}, \qquad \Omega_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}.$$

b. Une onde de distorsion pour laquelle $\operatorname{div} \vec{u} = 0$, d'où

$$u, v, w = [iAc_2,\ iBc_2,\ -(Aa + Bb)]\, e^{2\pi i(ax' + by + ic_2 z)},$$

avec

$$c_2^2 = a^2 + b^2 - \frac{a^2 V^2}{\Omega_2^2}, \qquad \Omega_2^2 = \frac{\mu}{\rho};$$

λ, μ sont les coefficients de Lamé, ρ la masse volumique.

Les conditions imposées à la surface sont

$$\tau_{zx} = -X\,\delta(x', y), \qquad \tau_{zy} = -Y\,\delta(x', y), \qquad \sigma_z = -Z\,\delta(x', y),$$

X, Y, Z désignant les composantes de la force appliquée, τ_{zx}, τ_{zy} les contraintes de cisaillement, σ_z la contrainte normale, $\delta(x', y)$ la distribution de Dirac.

En représentant $\delta(x', y)$ par la limite d'une intégrale de Fourier étendue à un domaine circulaire D $(a^2 + b^2 \leq L^2)$:

$$\delta(x', y) = \lim_{L \to \infty} \iint_D e^{2\pi i(ax' + by)}\, da\, db,$$

on est conduit à déterminer les constantes A, B, C d'une solution élémentaire par les équations linéaires

$$(1)\quad \begin{cases} (a^2+c_2^2)\,A + ab\,B + 2ac_1\,C = -i\dfrac{X}{2\pi\mu}, \\ ab\,A + (b^2+c_2^2)\,B + 2bc_1\,C = -i\dfrac{Y}{2\pi\mu}, \\ 2ac_2\,A + 2bc_2\,B + (c_2^2+a^2+b^2) = -\dfrac{Z}{2\pi\mu} \end{cases}$$

qui donnent A, B, C en fonction de X, Y, Z, a et b.

Le déterminant des équations (1) est

$$c_2^2[(c_2^2+a^2+b^2)^2 - 4(a^2+b^2)c_1c_2] = -c_2^2(a^2+b^2)f(\zeta^2)$$

en posant

$$\zeta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \qquad f(\zeta^2) = 4\sqrt{\left(1-\frac{\zeta^2}{\Omega_1^2}\right)\left(1-\frac{\zeta^2}{\Omega_2^2}\right)} - \left(2-\frac{\zeta^2}{\Omega_2^2}\right)^2.$$

Les expressions de A, B, C contiennent donc au dénominateur la quantité $f(\zeta^2)$, *qui s'annule pour* $\zeta = V_R$, *vitesse des ondes de Rayleigh.*

La solution s'obtient alors, par superposition des solutions élémentaires sous forme de limites d'intégrales doubles telles que

$$(2)\qquad u = \lim_{L\to\infty} i\iint_D (A c_2\, e^{-2\pi c_2 z} + C a\, e^{-2\pi c_1 z})\, e^{2i\pi(ax'+by)}\, da\, db.$$

En posant

$$a = \rho\cos\theta, \qquad b = \rho\sin\theta, \qquad x' = r\cos\alpha, \qquad y = r\sin\alpha;$$

on peut intégrer explicitement par rapport à ρ de 0 à L, la fonction à intégrer étant une exponentielle. On intègre ensuite par rapport à θ, enfin on fait tendre L vers l'infini. Les résultats sont les suivants :

Force parallèle à Oz. — *a*. Pour $z \neq 0$, au point de coordonnées cylindriques r, α, z :

$$(3)\quad \begin{cases} u+iv = -\dfrac{Zr}{2\pi^2\mu}\displaystyle\int_0^\pi \left[\dfrac{2-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta}{r^2\cos^2(\theta-\alpha)+z^2\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_1^2}\cos^2\theta\right)} - \dfrac{2\sqrt{\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_1^2}\cos^2\theta\right)\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta\right)}}{r^2\cos^2(\theta-\alpha)+z^2\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta\right)}\right]\dfrac{e^{i\theta}\cos(\theta-\alpha)}{f(V^2\cos^2\theta)}\,d\theta, \\ w = \dfrac{Zz}{2\pi^2\mu}\displaystyle\int_0^\pi \left[\dfrac{-\left(2-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta\right)\sqrt{1-\dfrac{V^2}{\Omega_1^2}\cos^2\theta}}{r^2\cos^2(\theta-\alpha)+z^2\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_1^2}\cos^2\theta\right)} + \dfrac{2\sqrt{\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta\right)}}{r^2\cos^2(\theta-\alpha)+z^2\left(1-\dfrac{V^2}{\Omega_2^2}\cos^2\theta\right)}\right]\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{\Omega_1^2}\cos^2\theta}}{f(V^2\cos^2\theta)}\,d\theta. \end{cases}$$

b. Pour $z = 0$:

$$u + iw = -\frac{Z}{2\pi^2\mu r}\text{ v. p.}\int_{\alpha}^{\alpha+\pi}\frac{g(V^2\cos^2\theta)}{f(V^2\cos^2\theta)}\,\frac{e^{i\theta}}{\cos(\theta-\alpha)}\,d\theta,$$

où

$$g(\zeta^2) = 2 - \frac{\zeta^2}{\Omega_2^2} - 2\sqrt{\left(1-\frac{\zeta^2}{\Omega_1^2}\right)\left(1-\frac{\zeta^2}{\Omega_2^2}\right)} \qquad \text{(v. p., valeur principale).}$$

Pour w on obtient l'expression explicite

$$(4) \qquad w = \frac{Z}{2\pi\mu r}\,\frac{\xi^2}{\Omega_2^2}\,\frac{\sqrt{1-\dfrac{\xi^2}{\Omega_1^2}}}{f(\xi^2)}, \qquad \text{où} \quad \xi = V\sin\alpha$$

Pour les valeurs faibles de V/Ω_2 :

$$w = \frac{Z}{4\pi\mu r}\,\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\left(1+\frac{3-4\chi+3\chi^2}{4(1-\chi)}\,\frac{\xi^2}{\Omega_2^2}+\ldots\right), \qquad \text{avec} \quad \chi = \frac{\mu}{\lambda+2\mu},$$

le premier terme correspondant à la formule de Boussinesq. Les lignes $w =$ Cte sont des ovales dont le grand axe est perpendiculaire à la vitesse V et croît avec V. Pour $V = V_R$, w devient infini tout le long de l'axe des y. Une charge répartie donne également des déplacements infinis. Par exemple, dans le cas facile à traiter par application du principe de superposition, d'une charge uniformément répartie sur un cercle de rayon R, on vérifie que, pour $V = V_R$, w devient infini pour tous les points de la bande $|x'| \leq R$. L'expérience montre qu'il se forme un sillon perpendiculaire à la vitesse V.

Force perpendiculaire à Oz. — Les déplacements à la surface libre sont donnés par

$$2\pi\mu r\sqrt{S_2}\,f(V^2\sin^2\alpha)\,u = \left[4\cos^2\alpha\sqrt{S_1S_2} - (S_2+1)(S_2+\cos^2\alpha) + 2S_2\sin^2\alpha\right]X$$
$$+\left[4\sqrt{S_1S_2} - 1 - 3S_2\right]\sin\alpha\cos\alpha\,Y,$$

$$2\pi\mu r\sqrt{S_2}\,f(V^2\sin^2\alpha)\,v = \left[4\sqrt{S_1S_2} - 1 - 3S_2\right]\sin\alpha\cos\alpha\,X$$
$$+\left[4\sin^2\alpha\sqrt{S_1S_2} - (S_2+1)(S_2+\sin^2\alpha) + 2S_2\cos^2\alpha\right]Y,$$

$$2\pi^2\mu r w = \text{v. p.}\int_{\alpha}^{\alpha+\pi}\frac{g(V^2\cos^2\theta)(X\cos\theta + Y\sin\theta)}{f(V^2\cos^2\theta)\cos(\theta-\alpha)}\,d\theta,$$

en posant

$$S_1 = 1 - \frac{V^2}{\Omega_1^2}\sin^2\alpha, \qquad S_2 = 1 - \frac{V^2}{\Omega_2^2}\sin^2\alpha.$$

En un point quelconque, entre les coefficients d'influence de X, Y, Z sur u, v, w, on a les trois relations suivantes :

$$u_Y = v_X, \qquad w_X = -u_Z, \qquad w_Y = -v_Z.$$

(*) Séance du 5 juin 1961.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la mesure de l'amortissement aérodynamique de tangage d'un aérodyne.* Note de MM. **Martial Daubèze**, **Albert Claria** et **Gilles Rollin**, transmise par M. Léopold Escande.

Dans une précédente Note [1], les auteurs ont exposé une méthode de calcul des efforts exercés par les fluides sur les corps immergés oscillant autour d'un axe déterminé. Le principe de cette méthode réside dans la mesure expérimentale du travail par cycle. Le procédé s'applique en particulier à la détermination des amortissements.

La présente Note indique les résultats obtenus dans le cas d'essai en soufflerie d'un aérodyne mobile autour de l'axe GY_1 (amortissement de tangage).

Le montage expérimental réalisé permet de donner au modèle une oscillation de tangage de forme sinusoïdale, $z = a \sin \omega t$, a étant la demi-course de la bielle de commande du mouvement, sur laquelle est inséré un dynamomètre à « strain-gage » utilisé pour la mesure des efforts. Le signal en provenance de l'extensomètre est enregistré en fonction du temps t et de la position z.

Sur un cycle complet d'oscillation, le travail total déduit des efforts enregistrés (ensemble modèle + équipement mobile de commande) est de la forme

$$\mathcal{C} = \int_0^{2\pi} F a \omega \cos \omega t \, dt;$$

F étant la somme de $F_e + F_i + F_s + F_a$;
F_e effort dû au défaut d'équilibrage possible du modèle;
F_i effort dû à l'inertie modèle + équipements mobiles;
F_s effort aérodynamique statique;
F_a effort d'amortissement.

Le tracé de la fonction $F(a \sin \omega t)$ permet après intégration graphique des aires comprises entre les courbes des 1er et 2e quadrants et 3e et 4e quadrants, de calculer le travail dû à l'effort F_a pendant un cycle, les quantités $F_e + F_i + F_s$ étant identiques en deux points homologues des deux quadrants successifs (1-2 et 3-4) et s'éliminant graphiquement.

Les essais sont réalisés sur une maquette en noyer verni. Afin d'explorer la plus grande plage possible du paramètre sans dimension :

$$\gamma_1 = \frac{V}{q_1 l} = \frac{VTd}{2\pi a l};$$

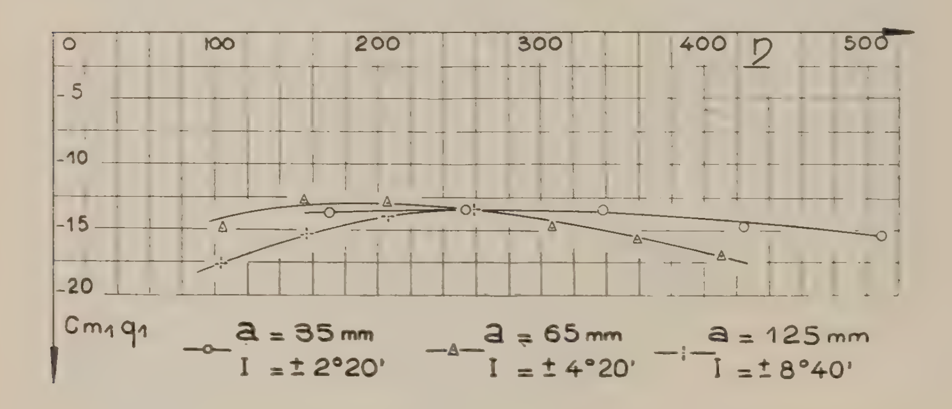
T, période de l'oscillation;
d, distance entre le centre de gravité G de l'aérodyne et le joint d'attache du modèle sur la tige de commande du mouvement;
l, longueur de référence;

il a été réalisé trois séries de mesures avec successivement :

$a = 129$ mm correspondant à une variation d'incidence : $Ig = \pm 8°40'$,
$a = 65$ » » » » » : $Ig = \pm 4°20'$,
$a = 35$ » » » » » : $Ig = \pm 2°20'$:

l'oscillation s'effectuant autour de $Ig = 0°$.

Un premier calcul du coefficient Cm_1q_1 a été réalisé en se limitant au seul terme proportionnel à la vitesse angulaire. Les résultats obtenus montrant une variation notable de Cm_1q_1 en fonction du paramètre γ, ainsi qu'une importante dispersion des points calculés, il a été fait appel au développement en quatre termes du moment résultant M_1 dont le processus est rappelé ci-après.



Pour chacune des trois amplitudes, les essais sont réalisés pour deux vitesses $V_1 = 30$ m/s et $V_2 = 15$ m/s. La période des oscillations varie de 40/100e à 250/100e de seconde suivant l'amplitude adoptée. Chaque mesure se traduit par une courbe $F(a \sin \omega t)$ établie sur un cycle. Le travail dû à l'amortissement est déduit de ces courbes; les deux vitesses V_1 et V_2 autorisent l'emploi des termes Cm_1q_1 et Cm_1q_1'' de la série

$$M_1 = \frac{\rho S l V^2}{2}\left(Cm_1 + Cm_1q_1\frac{q_1 l}{V} + Cm_1q_1'\frac{q_1' l^2}{V^2} + Cm_1q_1''\frac{q_1'' l^3}{V^3} - \ldots\right).$$

Les termes Cm_1 et Cm_1q_1' correspondant aux forces F_e et F_i étant éliminés dans l'exploitation du graphique de la fonction $F(a \sin \omega t)$. Une expérimentation annexe effectuée à vitesse du vent nulle, a d'ailleurs démontré pour le cas étudié que Cm_1q_1' est négligeable.

Pour une période T déterminée, on lit sur les courbes de travail établies pour V_1 et V_2 les valeurs $\mathfrak{T}(V_1 = 30$ m/s$)$ et $\mathfrak{T}'(V_2 = 15$ m/s$)$ d'où Cm_1q_1. γ est la moyenne arithmétique des coefficients sans dimension : $V_1/q_1 l$ et $V_2/q_1 l$.

On constate au vu du graphique représentant la fonction expérimentale $Cm_1q_1(\eta)$ que le terme Cm_1q_1 tend vers une valeur constante lorsque l'amplitude de l'oscillation harmonique diminue.

Pour des variations d'incidence importantes, il semble que le phénomène devienne plus complexe. Dans ce cas, il est possible qu'un développement plus poussé de l'expression (au-delà du terme Cm_1q_1'') soit nécessaire. En définitive dans le cadre de l'étude développée, il est recommandé de limiter l'oscillation à des valeurs d'amplitude modérées, $Ig = \pm 3^\circ$ par exemple.

(1) *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 846.

AÉRODYNAMIQUE. — *Étude d'un jet plan dirigé tangentiellement à une paroi.* Note (*) de MM. **Jean Mathieu** et **Albert Tailland**, transmise par M. Henri Villat.

Nous nous sommes proposés de prolonger des travaux antérieurs par l'étude du cas limite où le jet est, dès l'origine, tangent à la paroi ([1]), ([2]).

L'installation réalisée a permis des mesures de vitesses moyennes dans le jet pour différentes vitesses initiales.

Le circuit aérodynamique comprend essentiellement :

— un filtre à poussière;

— un ventilateur qui fournit un débit moyen de 0,5 m^3/s sous une pression de 600 cpz;

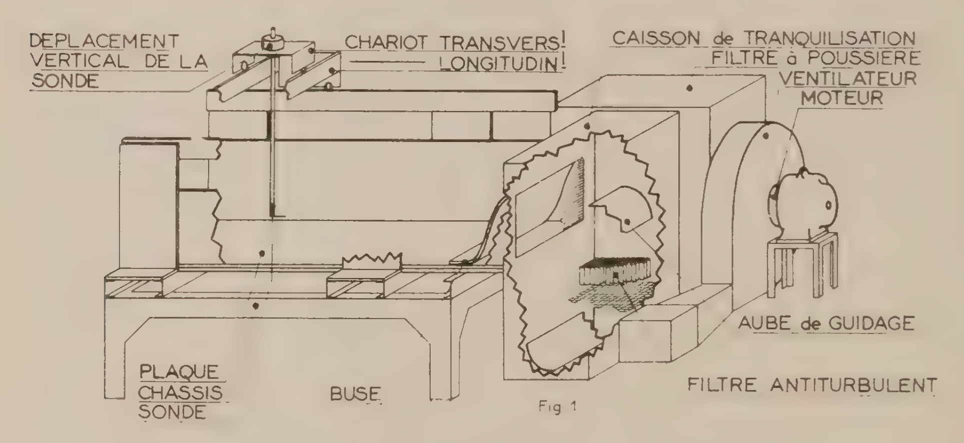


Fig 1

— une chambre de tranquillisation avec grillage et filtre antiturbulent;

— un convergent dont le rapport de contraction est de l'ordre de 50 et dont la sortie forme avec la plaque la buse d'épaisseur e réglable (*fig.* 1).

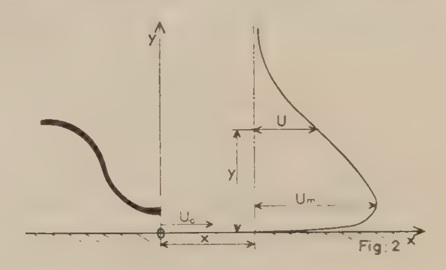
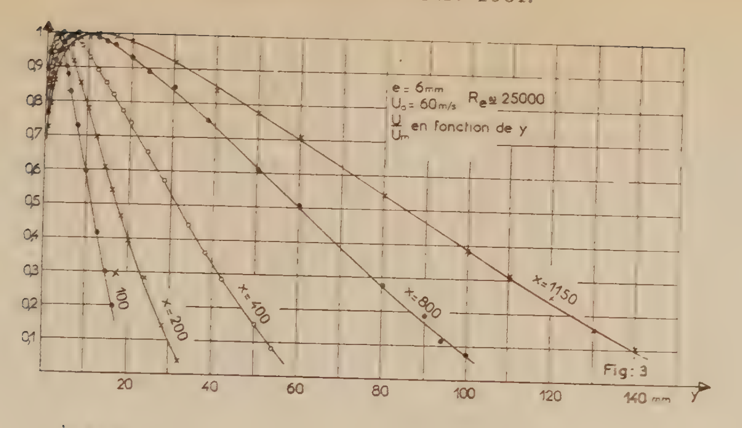
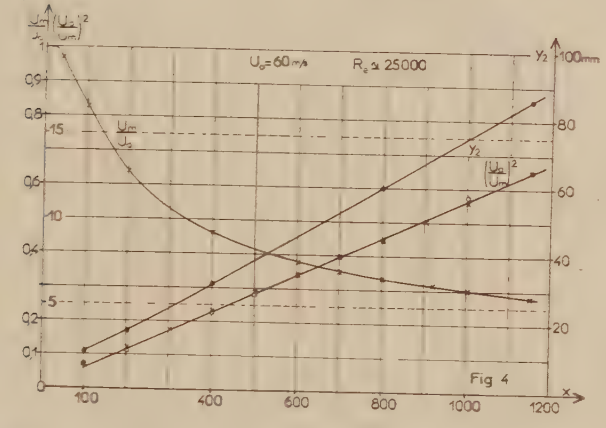
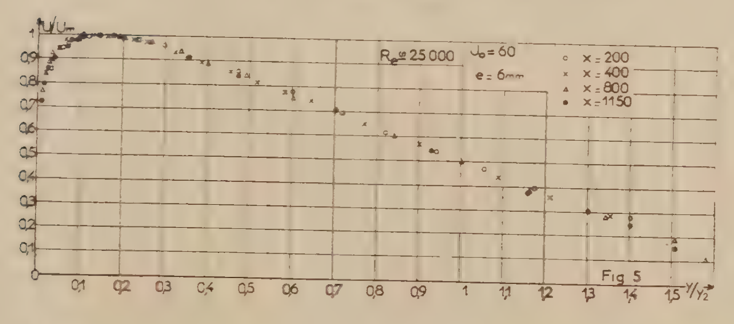


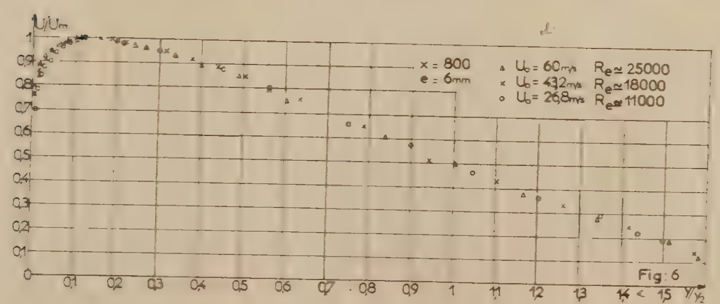
Fig. 2

L'évolution du profil est repérée dans chaque section d'abscisse x par le rapport $U/U_m = g(y)$, où U désigne la composante de la vitesse parallèle à la plaque à l'ordonnée y et U_m la composante maximale de cette vitesse dans la section (*fig.* 2).

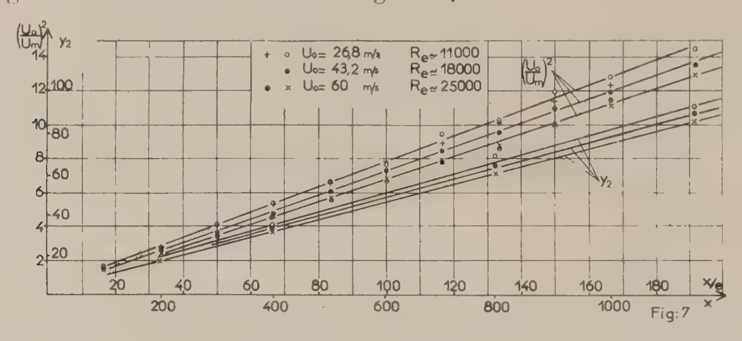

e = 6mm
U_0 = 60m/s R_e ≃ 25000
$\frac{U}{U_m}$ en fonction de y
x=100
x=200
x=400
x=800
x=1150
Fig: 3
20 40 60 80 100 120 140 mm Y


U_0=60 m/s R_e ≃ 25000
$\frac{U_m}{U_0}$
Y_2
$\left(\frac{U_0}{U_m}\right)^2$
Y_2 100mm
Fig 4
100 400 600 800 1000 1200 x


U/Um
R_e≃25000 U_0=60
e = 6mm
x = 200
x = 400
x = 800
x = 1150
Fig 5
Y/Y_2


U/Um
x = 800
e = 6mm
U_0= 60m/s R_e≃ 25000
U_0= 43,2m/s R_e≃18000
U_0= 26,8m/s R_e≃ 11000
Fig: 6
Y/Y_2

L'évolution du profil entre les sections est définie par le rapport $U_m/U_0 = f(x)$ et la largeur du jet à chaque abscisse par l'ordonnée $y_2(x)$ où $U/U_m = 0{,}5$. La figure 3 représente la fonction $g(y)$ pour les abscisses 100, 200, 400, 800 et 1150 mm, pour une vitesse initiale de 60 m/s correspondant à un nombre de Reynolds rapporté à l'épaisseur e de la buse égal à 25 000 environ. La figure 4 donne l'allure des fonctions



$U_m/U_0 = f(x)$ et $y_2(x)$. Les fonctions y_2 de x et $(U_0/U_m)^2$ de x/e sont linéaires à la précision des mesures. La figure 5 montre le profil réduit des vitesses pour les sections $x = 400$, 800 et 1150 mm.

L'influence de la vitesse initiale U_0 caractérisée par R_e a été examinée pour le profil réduit (*fig.* 6) et pour les fonctions y_2 et $(U_0/U_m)^2$ (*fig.* 7).

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) VAN DER HEGGE ZIJNEN, *Appl. Sc. Res.*, Section A, 7, 1958, p. 256.

(2) J. MATHIEU, *Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi* (*P. S. T.*, n° 374).

(*Laboratoires de Mécanique des Fluides,*
Université de Grenoble
et *Laboratoire de Mécanique des Fluides,*
École Centrale Lyonnaise.)

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la profondeur de formation de l'effet Lindholm.* Note (*) de M. **Michel Jorand**, présentée par M. André Danjon.

L'effet Lindholm, ou déplacement des raies spectrales dû aux collisions, a la valeur suivante :

(1) $$\delta\nu_L = AC^{\frac{2}{5}} p T^{-\frac{2}{5}}.$$

où les symboles ont les significations usuelles,

Il existe d'après Lindholm une relation simple entre $\delta\nu_L$ et la constante d'amortissement par collision γ :

(2) $$\delta\nu_L = 0,36\gamma.$$

La constante γ a été déterminée par des mesures, assez imprécises d'ailleurs, relatives aux courbes de croissance [*voir* par exemple Minnaert ([2])].

Miss Adam ([3]) a utilisé cette relation et ces déterminations, et obtenu, pour $\delta\lambda_L$, les valeurs suivantes, pour les raies du fer :

Cos θ.	γ (s^{-1}).	$\delta\lambda$ (Å).
1,00	$0,83.10^{10}$	0,0041
0,20	0,36 »	0,0018
0,15	0,26 »	0,0013

Cette détermination est critiquable en raison de l'imprécision des déterminations de γ; et du fait que la relation de proportionnalité ([1]) n'est qu'approchée, en raison du rôle de l'amortissement par rayonnement, qui s'ajoute à l'amortissement par collision, et qui ne dépend pas de la pression; ce fait doit conduire à la conclusion que les valeurs de Miss Adam sont surestimées.

Or un calcul précis de l'effet Lindholm est nécessaire, en raison du rôle de cet effet dans la variation entre le centre et le bord du disque solaire des longueurs d'onde des raies spectrales, mesuré par Miss Adam, et précisément dû à la combinaison des effets Einstein (déplacement gravitationnel), Lindholm (effets des collisions) et Doppler-Fizeau (mouvements de matière).

Le problème important au point de vue de la connaissance du Soleil étant de déterminer le champ de vitesses, il importe de corriger exactement les observations des effets Einstein (ce qui est facile) et Lindholm.

Pour calculer l'effet Lindholm, l'auteur a résolu le problème du transfert dans l'atmosphère solaire pour une raie dont le coefficient d'absorption est décalé en fréquence d'une quantité $\delta\nu_L$ définie par l'équation (1) et par conséquent variable avec la profondeur (*fig.* 1). Ce problème est analogue à celui de la formation des raies dans le spectre des céphéides ou à celui du transfert au voisinage des taches solaires, tenant compte de l'effet Evershed variable avec la profondeur.

L'équation utilisée est la suivante :

$$\delta I = I_{R_0} - I_{R_\nu} = \int_0^\infty B(T(\tau_0))\, e^{-\tau_{R_0}} \left[1 - \frac{\varkappa_{R_\nu}}{\varkappa_{R_0}} e^{\tau_{R_0} - \tau_{R_\nu}} \right] d\tau_{R_0},$$

où les notations sont classiques.

L'effet Lindholm intervient dans le calcul de τ_{R_ν}

On obtient ainsi les points de la figure 2.

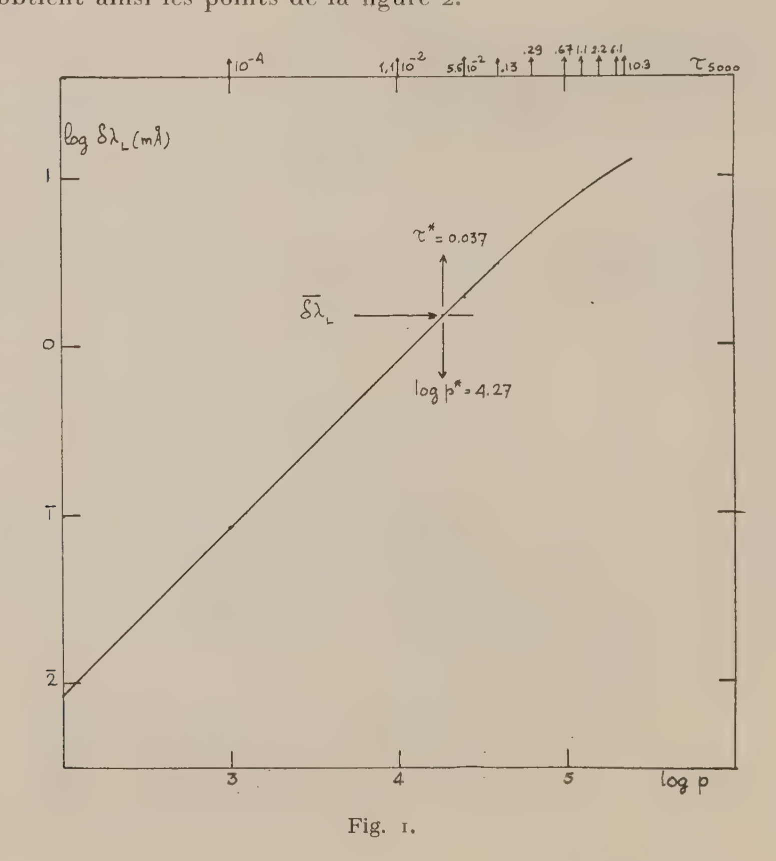


Fig. 1.

Remarquons que cette figure représente, à une échelle énorme, le fond de la raie considérée (Mn 6013,50) et par suite la dispersion des points autour de la courbe moyenne tracée par les moindres carrés est assez faible, en raison des améliorations apportées par notre méthode aux méthodes directes. Des calculs en cours sur I. B. M. 650 apporteront une précision encore accrue.

La valeur de l'effet Lindholm résultant est alors de

$$\delta\lambda_L = 0,0015\,\text{Å},$$

ce qui est inférieur aux valeurs de Miss Adam.

Sa profondeur de formation (profondeur à laquelle l'effet $\delta\lambda_L$ local est égal à l'effet résultant) est alors de

$$\tau_L^* = 0,037.$$

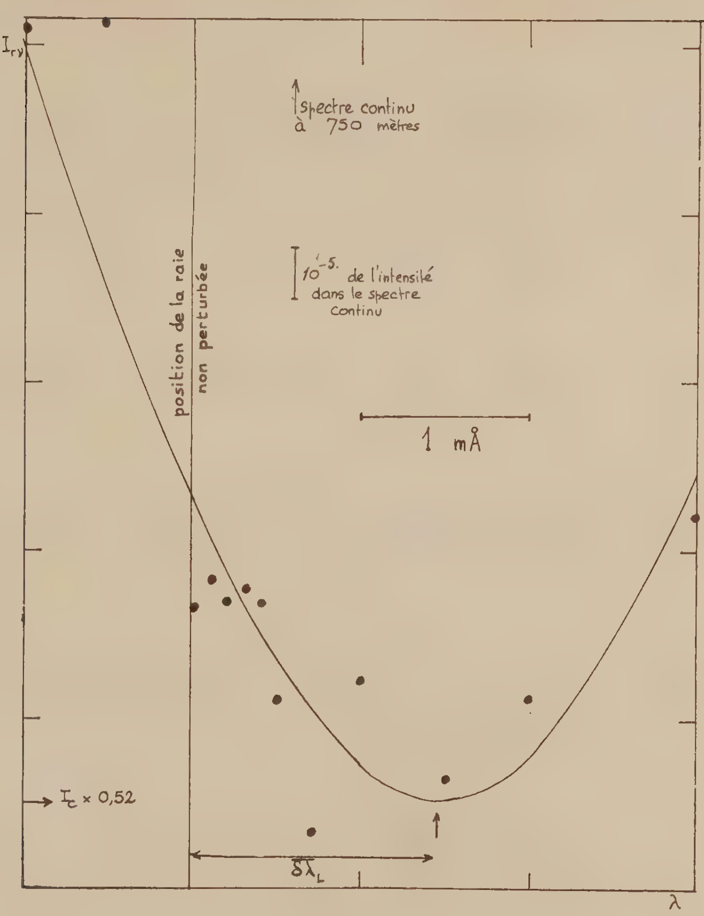


Fig. 2.

Cette notion de profondeur moyenne de formation de l'effet Lindholm sera utilisée dans la suite pour simplifier les interprétations, même dans le cas où la constante A de Lindholm est sujette à caution, notamment en ce qui concerne son signe [Spitzer (4)].

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) E. Lindholm, *Ark. Math. Astrom. Phys.*, B, 28, n° 3, 1941.

(2) M. G. M. Minnaert, *The photosphere*, dans *The Sun*, Kuiper, Chicago U. P., 1952.

(3) M. G. Adam, *M.N.R.A.S.*, 108, 1948, p. 459.

(4) L. Spitzer, *M.N.R.A.S.*, 110, 1950, p. 216.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Anticommutateur du champ spinoriel en Relativité générale.* Note de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Joseph Pérès.

Étude de l'équation de Klein-Gordon et de l'équation de Dirac en Relativité générale. Construction à partir de la théorie mathématique des propagateurs d'un anticommutateur pour le champ spinoriel libre.

1. Sur un espace-temps de Minkowski rapporté à des repères orthonormés et de métrique $\eta_{\alpha\beta}$, désignons par $\gamma^\alpha = (\gamma^{\alpha a}{}_b)$ [1] les matrices de Dirac qui, avec l'unité e, engendrent une algèbre de Clifford :

$$\gamma^\alpha \gamma^\beta + \gamma^\beta \gamma^\alpha = 2\eta^{\alpha\beta} e.$$

Si $\gamma_\alpha = \eta_{\alpha\beta}\gamma^\beta$, on sait que pour $\lambda \neq \mu$, on a $\gamma_\alpha \gamma^\lambda \gamma^\mu \gamma^\alpha = 0$; $\sim$ désignant le passage à la matrice adjointe usuelle, les γ^α sont supposées telles que

$$\tilde{\gamma}^\alpha = \eta^{\alpha\alpha}\gamma^\alpha.$$

Si $A = (A^{\lambda'}_\alpha)$ est une matrice du groupe de Lorentz L (4), $A^{-1} = (A^\alpha_{\lambda'})$ la matrice inverse, la représentation spinorielle bivalente de L (4) sur Spin (4) : $A \to \Lambda \in$ Spin (4) peut être définie par la relation

$$\Lambda \gamma^\alpha \Lambda^{-1} = A^\alpha_{\lambda'} \gamma^{\lambda'}. \tag{1}$$

Il lui correspond un isomorphisme d'algèbres de Lie qui peut être décrit de la manière suivante : si μ est un élément de l'algèbre de Lie de L (4) défini par un tenseur antisymétrique $\mu^{\alpha\beta}$ et si λ est l'élément correspondant de l'algèbre de Lie de Spin (4), on déduit de (1) :

$$\gamma^\alpha \lambda - \lambda \gamma^\alpha = \mu^{\alpha\beta}\gamma_\beta. \tag{2}$$

De cette relation *et de la correspondance des crochets* on déduit

$$\lambda = \frac{1}{4}\mu^{\alpha\beta}\gamma_\alpha\gamma_\beta. \tag{3}$$

2. Sur un espace-temps V_4 de la Relativité générale, muni d'une métrique de type hyperbolique normal, on considère uniquement les repères orthonormés, éléments d'un fibré principal $\mathcal{E}(V_4)$ de groupe structural L (4). La variété V_4 admet une connexion riemannienne $\omega = (\omega^\alpha_\beta)$, de coefficients $C^\alpha_{\beta\rho}$ par rapport aux repères de $\mathcal{E}(V_4)$. On suppose V_4 telle que de $\mathcal{E}(V_4)$ on puisse déduire *par extension* un fibré principal $\mathcal{S}(V_4)$ de groupe structural Spin (4) (ce qui est équivalent à la nullité d'une certaine classe de Stiefel-Whitney) [2]. Un point z de $\mathcal{S}(V_4)$ est dit un repère spinoriel. Un *spineur contravariant* $\psi = (\psi^a)$ est une application $z \to \psi(z)$ de $\mathcal{S}$ dans un espace vectoriel M de matrices telle qu'on ait

$$\psi(z\Lambda^{-1}) = \Lambda\psi(z), \qquad \Lambda = (\Lambda^a_b) \in \mathrm{Spin}(4).$$

Un *spineur covariant* $\varphi = (\varphi_a)$ est une application $z \rightarrow \varphi(z)$ de $\mathcal{S}$ dans le dual M* telle que $\varphi(z\Lambda^{-1}) = \varphi(z)\Lambda^{-1}$.

De la forme bilinéaire $\varphi\psi$, on déduit par intégration sur V_4, dans le cas où l'intersection des supports des deux spineurs est compacte, une forme bilinéaire à valeurs complexes notée $\langle \varphi, \psi \rangle$. Si ψ est un spineur contravariant, $\overline{\psi} = \tilde{\psi}\gamma^0$ définit un spineur covariant, dit l'*adjoint de Dirac* du précédent.

Une connexion spinorielle est une connexion infinitésimale sur le fibré principal $\mathcal{S}$. Elle est définie par une 1-forme convenable de $\mathcal{S}$ à valeurs dans l'algèbre de Lie de Spin (4). On peut déduire de (3) qu'à la connexion riemannienne de V_4 est canoniquement associée une *connexion spinorielle* définie par la 1-forme

$$\sigma = \frac{1}{4}\omega^{\alpha}{}_{\beta}\gamma_{\alpha}\gamma^{\beta}.$$

Ses coefficients peuvent s'écrire

$$\sigma^{a}_{b\rho} = \frac{1}{4}C^{\alpha}_{\beta\rho}\gamma_{\alpha}{}^{a}{}_{r}\gamma^{\beta r}{}_{b}.$$

Les tenseurs-spineurs dérivées covariantes d'un spineur contravariant ou covariant admettent les composantes

$$\nabla_{\rho}\psi^{a} = \partial_{\rho}\psi^{a} + \sigma^{a}_{r\rho}\psi^{r}, \qquad \nabla_{\rho}\varphi_{a} = \partial_{\rho}\varphi_{a} - \sigma^{r}_{a\rho}\varphi_{r},$$

où ∂_{ρ} désigne la dérivée pfaffienne. Nous appelons *laplacien d'un spineur* l'opérateur différentiel sur les spineurs

$$\Delta = -\gamma^{\alpha}\gamma^{\beta}\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta} = -\nabla^{\alpha}\nabla_{\alpha} + \frac{1}{4}R, \tag{4}$$

où R est la courbure riemannienne scalaire; Δ vérifie $\langle \Delta\varphi, \psi \rangle = \langle \varphi, \Delta\psi \rangle$. Si ψ et ψ_1 sont des spineurs contravariants, de $\Delta\psi = \psi_1$, on déduit par passage aux adjoints de Dirac $\Delta\overline{\psi} = \overline{\psi}_1$.

3. Si $\delta(x, x')$ est le biscalaire de Dirac [3], $\delta^{a}_{b}\,\delta(x, x')$ définit un bispineur-distribution $s(x, x')$ contravariant en x et covariant en x', le bispineur de Dirac. L'opérateur $(\Delta - \varepsilon^2)$ (ε = Cte) sur les spineurs contravariants admet localement deux *noyaux élémentaires* $G^{\pm}(x, x')$ [de composantes $G^{\pm a}{}_{b'}(x, x')$], c'est-à-dire deux bispineurs-distributions contravariants en x, covariants en x', solutions de

$$(\Delta_x - \varepsilon^2)\,G^{\pm}(x, x') = s(x, x') \tag{5}$$

admettant pour x' donné un support, soit dans le futur, soit dans le passé de ce point. De l'unicité des solutions de l'équation associée à $(\Delta - \varepsilon^2)$ et à supports compacts, soit dans le futur, soit dans le passé, on peut déduire

$$\overline{G}^{\pm}(x', x) = G^{\mp}(x, x'), \tag{6}$$

où l'on a posé, comme pour tout bispineur :

$$\overline{G}^{\pm} = \gamma^0 \tilde{G}^{\pm} \gamma^0.$$

Il en résulte que les noyaux élémentaires vérifient aussi

(7) $$(\Delta_{x'} - \varepsilon^2) G^{\pm}(x, x') = s(x, x').$$

Le propagateur spinoriel $G(x, x')$ est le bispineur différence des deux noyaux élémentaires.

4. Introduisons sur les spineurs contravariants les deux opérateurs de Dirac

$$L\psi = i\gamma^{\alpha}\nabla_{\alpha}\psi - \varepsilon\psi, \qquad L'\psi = i\gamma^{\beta}\nabla_{\beta}\psi + \varepsilon\psi$$

et sur les spineurs covariants les deux opérateurs

$$L\varphi = -(i\nabla_{\alpha}\varphi\gamma^{\alpha} + \varepsilon\varphi), \qquad L'\varphi = -(i\nabla_{\beta}\varphi\gamma^{\beta} - \varepsilon\varphi).$$

On a manifestement $LL' = \Delta - \varepsilon^2$, $\overline{L}.\overline{L}' = \Delta - \varepsilon^2$. Si l'intersection des supports de φ et ψ est compacte, on a

(8) $$\langle \varphi, L\psi \rangle = \langle \overline{L}\varphi, \psi \rangle.$$

Posons

$$S^{\pm}(x, x') = L'_x G^{\pm}(x, x'), \qquad S(x, x') = L'_x G(x, x').$$

Il vient

(9) $$L_x S^{\pm}(x, x') = s(x, x'), \qquad L_x S(x, x') = 0$$

et de (8) on peut déduire $S^{\pm}(x, x') = \overline{L}'_{x'} G^{\pm}(x, x')$ de telle sorte que

(10) $$\overline{L}_{x'} S^{\pm}(x, x') = s(x, x'), \qquad \overline{L}_{x'} S(x, x') = 0.$$

Du théorème d'unicité et des résultats précédents, on déduit

(11) $$\overline{S}^{\pm}(x', x) = S^{\mp}(x, x'), \qquad \overline{S}(x', x) = -S(x, x').$$

5. Supposons le champ spinoriel ψ soumis à l'équation de Dirac $L\varphi = 0$. La formule

(12) $$[\psi(x), \overline{\psi}(x')]_+ = \frac{\overline{h}}{i} S(x, x') = \frac{\overline{h}}{i} L'_x G(x, x'),$$

où le second membre est un bispineur contravariant en x, covariant en x' fournit d'après (9), (10), (11) un anticommutateur rigoureusement compatible avec l'équation de Dirac de la Relativité générale, à support, pour x' donné, dans et sur le conoïde caractéristique et se réduisant en Relativité restreinte à l'anticommutateur usuel de la théorie du champ spinoriel libre.

(1) Les indices grecs, ou indices tensoriels, prennent les valeurs 0, 1, 2, 3; les indices latins, ou indices spinoriels, les valeurs 1, 2, 3, 4.

(2) HAEFLINGER, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 505.

(3) Cette Note reprend les méthodes et notations de LICHNEROWICZ, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1329 et 2287 et 250, 1960, p. 3122 et *Propagateurs et commutateurs en Relativité générale*, Publications de l'Institut des Hautes Études scientifiques, n° 10, 1961.

RELATIVITÉ. — *Une interprétation géométrique du champ électromagnétique.* Note (*) de M. **Enrique Figueras**, présentée par M. Joseph Pérès.

Dans cette Note, nous déterminons les différents champs électromagnétiques, qui du point de vue algébrique sont associés à un tenseur des premières courbures. Ensuite, on voit que les équations d'Einstein-Maxwell limitent, en général, le nombre de ces champs à deux (égaux et opposés) dans le cas régulier d'un schéma électromagnétique pur.

1. En continuant l'étude du tenseur des premières courbures (t. des p. c.) $C_{\alpha\beta}$ que nous avons commencée dans une Note précédente [1] et afin de déterminer dans quelle mesure ce tenseur peut se substituer à $F_{\alpha\beta}$, nous allons préciser quels sont les $F_{\alpha\beta}$ associés à un $C_{\alpha\beta}$ donné. Les notations et les formes réduites employées seront les mêmes que dans la Note mentionnée.

Du point de vue algébrique, la formule (2) P [2] nous dit que, supposé $C_{\alpha\beta}$ non nul [3], si $F_{\alpha\beta}$ est associé à $C_{\alpha\beta}$, son opposé $-F_{\alpha\beta}$ est aussi associé à $C_{\alpha\beta}$.

Dans le cas régulier, si au point x envisagé on choisit un repère tel que $C_{\alpha\beta}$ prenne sa forme réduite, il est immédiat que les champs $F_{\alpha\beta}$ qui, par rapport à ce repère s'expriment dans leurs formes réduites avec les valeurs $X = \pm\sqrt{s}$ et $L = \pm\sqrt{s'}$, sont des $F_{\alpha\beta}$ associés à $C_{\alpha\beta}$. On démontre qu'il n'en existe pas d'autres et l'on peut énoncer : « Dans le cas régulier, si $|C| = 0$, il existe un seul couple de $F_{\alpha\beta}$ opposés, associés à $C_{\alpha\beta}$: ils se réduisent à la seule composante électrique (resp. magnétique) si l'on a $\operatorname{tr} C > 0$ (resp., $\operatorname{tr} C < 0$). Si $|C| \neq 0$, il existe deux couples de $F_{\alpha\beta}$ opposés associés à $C_{\alpha\beta}$. »

Dans le cas singulier, on sait que tous les champs électromagnétiques ayant le même tenseur de Maxwell, c'est-à-dire « tous les $F_{\alpha\beta}$ associés au même $C_{\alpha\beta}$ sont ceux qu'on obtient à partir de l'un deux, par rotation du plan de polarisation autour de l'axe de propagation de la radiation ».

On peut déterminer chacun des $F_{\alpha\beta}$ associé à un $C_{\alpha\beta}$ donné, à l'aide du vecteur $E^{\alpha}(u) = F^{\alpha}{}_{\beta}\, u^{\beta}$, qui, dans le cas d'un schéma électromagnétique, est dirigé suivant la normale principale aux trajectoires de direction $\vec{u}$ [1]. L'étude de ce vecteur nous montre que dans tous les cas, $F_{\alpha\beta}$ est déterminé par la donnée de :

Le 2-plan π associé [4] à une direction $\vec{u}$ fixée.

Le sens de la concavité des trajectoires de direction $\vec{u}$.

Le 2-plan π est déterminé par $C_{\alpha\beta}$, dans le cas régulier avec $|C| = 0$. Dans le cas régulier, avec $|C| \neq 0$, il est déterminé à une symétrie près

par rapport à un certain plan, et dans le cas singulier il l'est à une rotation près (la rotation du plan de polarisation) autour de $\vec{u}$.

2. En ce qui concerne son comportement analytique, le t. des p. c. doit satisfaire à l'équation qu'on obtient après substitution, dans l'équation d'Einstein, du tenseur de Maxwell par sa valeur (5) P. Dans le cas d'un schéma champ électromagnétique pur, cette équation se réduit à

(1) $$R_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta} - \frac{\mathrm{tr}\,C}{4} g_{\alpha\beta}$$

et l'équation de conservation du tenseur d'impulsion-énergie $\nabla_\alpha \tau^\alpha{}_\beta = 0$, se traduit par

(2) $$4\nabla_\alpha C^{\alpha\beta} - \nabla_\beta \,\mathrm{tr}\,C = 0.$$

Si l'on suppose encore que $C_{\alpha\beta}$ corresponde à un $F_{\alpha\beta}$ régulier, les équations d'Einstein-Maxwell restreignent, en général, le nombre des $F_{\alpha\beta}$ associés. En effet, dans ce cas et d'après les travaux de Rainich [5], on sait que l'angle de rotation dual doit satisfaire à

(3) $$\nabla_\alpha \theta = (R_{\lambda\mu} R^{\lambda\mu})^{-\frac{1}{2}} \eta_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} R^\beta{}_\nu \nabla_\delta R^{\nu\gamma},$$

où l'on a posé

(4) $$\eta_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sqrt{|g|}\; \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta},$$

avec

(5) $|g|$ = valeur absolue du dét $g_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ = indicateur de Kronecker

De (6) P et (3) on déduit que $C_{\alpha\beta}$ doit satisfaire à

(6) $$\varepsilon \frac{\nabla_\alpha h}{2\sqrt{h}(1+h)} = -(R_{\lambda\mu} R^{\lambda\mu})^{-\frac{1}{2}} \eta_{\alpha\beta\gamma\delta} R^\beta{}_\nu \nabla_\gamma R^{\nu\delta},$$

où l'on a posé

(7) $$h = \frac{\sqrt{\Delta} + \mathrm{tr}\,C}{\sqrt{\Delta} - \mathrm{tr}\,C}.$$

Donc, si l'on suppose toujours $g_{\alpha\beta}$ donné et si le deuxième membre de (6) ne s'annule pas, cette équation détermine univoquement la valeur de ε et θ peut prendre seulement deux valeurs, dont la différence est π; c'est-à-dire, « les équations d'Einstein-Maxwell limitent le nombre des champs $F_{\alpha\beta}$ associés à un $C_{\alpha\beta}$, à deux champs égaux et opposés, sauf dans le cas où le deuxième membre de (6) s'annule identiquement dans une région de la variété espace-temps V_4 ».

Les $C_{\alpha\beta}$ correspondant au cas d'exception sont caractérisés par h = Cte; de (7) P on déduit que cette condition équivaut à

(8) $$\mathrm{tr}^4 C = K\,|C| \qquad (K,\ \text{constante réelle}).$$

(*) Séance du 3 mai 1961.

(1) *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 3538.

(2) P après la référence d'une formule, signifie que celle-ci se trouve dans la Note indiquée dans (1).

(3) Étant $F_{\alpha\beta}$ antisymétrique, si $C_{\alpha\beta} = 0$, on a aussi $F_{\alpha\beta} = 0$.

(4) E. Figueras, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 2143.

(5) G. Y. Rainich, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 27, 1925, p. 106; *voir* aussi C. Missner et J. Wheeler, *Ann. Phys.*, 2, 1957, p. 525.

RELATIVITÉ. — *Équation de Gauss-Poisson dans les univers stationnaires.* Note (*) de M. **Carlo Cattaneo**, présentée par M. Joseph Pérès.

On généralise au cas stationnaire la formulation relativiste de l'équation de Gauss-Poisson, donnée dans une Note précédente pour le cas statique.

1. *L'équation de Gauss-Poisson dans le cas stationnaire classique.* — Nous avons montré récemment [1] quelle est, à notre avis, la traduction relativiste la plus fidèle de l'équation classique de Gauss-Poisson dans un univers statique. Pour étendre cette formulation au cas d'un univers stationnaire quelconque, il convient d'abord de considérer la même extension dans le cas newtonien, ce qui se fait d'ailleurs d'une façon immédiate. Au point de vue classique les conditions stationnaires les plus générales pour un champ gravitationnel, réel et apparent ensemble, dans un repère solide sont réalisées par une distribution quelconque de masses rigidement tournantes avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega}$. Dans le solide de référence S de repos de ces masses il est présent à la fois un champ gravitationnel réel $\vec{G}_g$ et un champ centrifuge $\vec{G}_c$ (nous ne nous occupons que des champs qui agissent sur une particule d'épreuve au repos par rapport à S), tous les deux stationnaires. Ces deux champs dérivent respectivement d'un potentiel gravitationnel newtonien $U_g(P)$ et d'un potentiel centrifuge $U_c(P) = \omega^2 r^2/2$ (r étant la distance du point P de l'axe de rotation de S), satisfaisant aux équations

$$\operatorname{div} \vec{G}_g \equiv \Delta U_g = -4\pi k \mu; \qquad \operatorname{div} \vec{G}_c \equiv \Delta U_c = 2\omega^2.$$

Si l'on introduit le champ gravitationnel total $\vec{G} = \vec{G}_g + \vec{G}_c$ et son potentiel $U = U_g + U_c$, ils satisfont à l'équation

$$\operatorname{div} \vec{G} \equiv \Delta U = -4\pi k \mu + 2\omega^2 \tag{1}$$

qui peut bien s'appeler l'équation classique de Gauss-Poisson dans le cas stationnaire général.

2. *Univers stationnaire relativiste.* — En gardant les conventions et les notations introduites dans la Note précédente [1], à laquelle le lecteur est prié de se rapporter, considérons maintenant un univers relativiste V_4 stationnaire, ce qui entraîne, en coordonnées adaptées, $\partial_4 g_{ik} = 0$. A ces coordonnées il correspond un fluide de référence ou « repère physique » S qu'on dira, à son tour, adapté au caractère stationnaire de V_4. Les lignes horaires de S (x^4 = var.) ne constituent pas en général une congruence normale, ce qui entraîne la présence d'un tenseur *tourbillon d'espace*

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \gamma_4 \left[\tilde{\partial}_i \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_4} \right) - \tilde{\partial}_j \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_4} \right) \right].$$

Seulement dans le cas statique on a $\tilde{\Omega}_{ij} = 0$ et ladite congruence devient normale. Au tenseur $\tilde{\Omega}_{ij}$, pensé comme tenseur de Σ_x, 3-plan tangent normal à $\vec{\gamma}$, correspond un trivecteur adjoint : à ce vecteur d'espace, multiplié par $c/2$, on attribue, par une évidente analogie en théorie classique des fluides, le nom de *vitesse de rotation* locale du repère S :

(2) $$\omega^1 = \frac{c}{2\sqrt{\gamma}}\tilde{\Omega}_{23}, \qquad \omega^2 = \frac{c}{2\sqrt{\gamma}}\tilde{\Omega}_{31}, \qquad \omega^3 = \frac{c}{2\sqrt{\gamma}}\tilde{\Omega}_{12} \qquad (\gamma = \text{dét}\,\|\gamma_{\alpha\beta}\|).$$

Cette définition, très spontanée, a été employée par plusieurs auteurs. Nous ajouterons ici, qu'en employant cette définition et en désignant par $\vec{A}$ l'accélération absolue d'une particule du fluide S (accélération d'entraînement), le champ gravitationnel standard $\vec{G}$ [1], s'exprime, dans un repère quelconque, même non stationnaire, sous la forme

$$\vec{G} = -\vec{A} - 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

qui convient classiquement aux champs apparents [2].

3. *Formulation relativiste de l'équation de Gauss-Poisson.* — Dans le cas stationnaire, comme dans le cas statique, le champ de repos $\vec{G}_0$ (c'est-à-dire le champ mesuré au moyen d'une particule d'épreuve au repos en S) se réduit à un champ de gradient

(3) $$\vec{G}_0 = \operatorname{grad} U, \qquad U = -c^2 \log\sqrt{-g_{44}}.$$

Pour établir l'équation différentielle à laquelle satisfont ces deux grandeurs physiques envisageons, comme dans le cas statique, l'équation scalaire

(4) $$c^2\gamma^i\gamma^k R_{ik} = -c^2\chi\gamma^i\gamma^k\left(T_{ik} - \frac{1}{2}T g_{ik}\right)$$

qui se déduit des équations gravitationnelles par composition avec $c^2\gamma^i\gamma^k$. Il suffit de supposer V_4 stationnaire pour que le premier membre de (4) puisse s'écrire $c^2\gamma^i\gamma^k R_{ik} = \operatorname{div}\vec{G}_0 - (c^2/4)\,\tilde{\Omega}^{rs}\tilde{\Omega}_{rs}$, div étant le symbole de divergence *quadridimensionnelle*. Cela peut se reconnaître, par exemple, à l'aide des formules qui expriment les composantes covariantes des tenseurs de courbure en repère mobile orthonormé, dans le cas stationnaire [3]. Comme on voit immédiatement le scalaire $(c^2/4)\,\tilde{\Omega}^{rs}\tilde{\Omega}_{rs}$ n'est que le double de la norme du vecteur $\vec{\omega}$, de sorte que (4) peut s'écrire, en désignant par Δ l'opérateur de Laplace en V_4,

(5) $$\operatorname{div}\vec{G}_0 \equiv \Delta U = -c^2\chi\gamma^i\gamma^k\left(T_{ik} - \frac{1}{2}T g_{ik}\right) + 2\omega^2.$$

Si en particulier on suppose que le champ est localement engendré par de la matière pure au repos en S $(T_{ik} = \mu_0 c^2 \gamma_i \gamma_k)$, (5) devient

$$\operatorname{div}\vec{G}_0 \equiv \Delta U = -4\pi k\mu_0 + 2\omega^2$$

et s'identifie formellement avec l'équation classique (1). Si l'on pense que la correspondance entre les deux formulations, relativiste et classique, n'est pas seulement formelle, les grandeurs correspondantes ayant une même signification physique, on peut vraiment considérer l'équation (5) comme l'équivalent relativiste de l'équation de Gauss-Poisson dans les univers stationnaires. Comme dans le cas statique, il faut souligner le caractère quadridimensionnel de l'équation (5).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2678.

(2) C. Cattaneo, *Rendiconti di Matematica*, Roma, 20, 1961, p. 32.

(3) A. Lichnérowicz, *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme*, Masson, Paris, 1955, p. 119. *Voir* aussi : Y. Thiry, *J. Math. pures et appl.*, 9e série, 30, 1951, p. 327-331. Les dites formules ont été généralisées récemment au cas d'un univers non stationnaire, rapporté à un repère physique quelconque (Ida Cattaneo-Gasparini, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 3722).

RELATIVITÉ. — *Sur les fronts d'onde en théorie unitaire d'Einstein. Étude générale.* Note (*) de MM. **August Montserrat** et **Louis Mas**, présentée par M. Joseph Pérès.

On étudie les discontinuités des tenseurs de courbure des différentes connexions riemanniennes à la traversée des surfaces caractéristiques de Lichnérowicz et de Maurer-Tison.

1. Nous nous plaçons sur une variété différentiable V_4 de classe C^2, C^4 par morceaux. Considérons un tenseur métrique $f_{\alpha\beta}$ de classe C^1, C^3 par morceaux. D'après Hadamard, à la traversée d'une surface Σ d'équation locale $\varphi(x^\alpha) = 0$ (qu'on supposera ici tangente en chaque point au cône $f^{\alpha\beta} l_\alpha l_\beta = 0$), on a

$$[\partial_{\rho\mu} f_{\alpha\beta}] = l_\rho l_\mu b_{\alpha\beta} \qquad (\partial_\alpha \varphi = l_\alpha).$$

Soit $\Gamma^\alpha_{\lambda\mu}$ la connexion riemannienne associée à $f_{\lambda\mu}$. D'après Bel (1) on peut écrire pour les discontinuités du tenseur de Ricci :

$$[R_{\alpha\lambda}] = m_\alpha l_\lambda + m_\lambda l_\alpha - \frac{1}{2} b_{\alpha\lambda} \vec{l}^2,$$

où

$$m_\alpha = \frac{1}{2}\left(b_{\alpha\beta} - \frac{b}{2} f_{\alpha\beta}\right) l^\beta \qquad (b = f^{\varepsilon\sigma} b_{\varepsilon\sigma}).$$

Remarquons que les conditions d'isothermie donnent

$$m_\alpha = 0$$

et comme dans nos hypothèses $\vec{l}$ est isotrope, on obtient sur Σ,

(1) $$[R_{\alpha\lambda}] = 0.$$

D'après Lichnérowicz (2) et (1) on aura sur Σ,

(2) $$\underset{\nu,\lambda,\mu}{S} l_\nu [R^\alpha{}_{\beta,\lambda\mu}] \equiv l_\nu [R^\alpha{}_{\beta,\lambda\mu}] + l_\lambda [R^\alpha{}_{\beta,\mu\nu}] + l_\mu [R^\alpha{}_{\beta,\nu\lambda}] = 0,$$

(3) $$l^\lambda [R^\alpha{}_{\beta,\lambda\mu}] = 0.$$

Réciproquement, si sur une surface Σ on a (2) et (3), $l_\alpha = \partial_\alpha \varphi$ est nécessairement isotrope et partant Σ est tangent en chaque point au cône $f^{\alpha\beta} l_\alpha l_\beta = 0$.

2. Définissons sur V_4 la connexion affine (3) $L^\alpha_{\beta\lambda}$ et les champs de tenseurs asymétriques $g_{\alpha\beta}$ et $g^{\alpha\beta}$. Si $f_{\alpha\beta}$ est une métrique quelconque, on a

(4) $${}_{(M)}\nabla_\rho f_{\alpha\beta} = \partial_\rho f_{\alpha\beta} - M^\sigma_{\rho\alpha} f_{\sigma\beta} - M^\sigma_{\rho\beta} f_{\sigma\alpha} \equiv Q_{\alpha\beta,\rho} \qquad \left[M^\sigma_{\rho\alpha} = \frac{1}{2}(L^\sigma_{\rho\alpha} + L^\sigma_{\alpha\rho})\right].$$

Aussi

(5) $${}_{(M)}\nabla_\rho f_{\alpha\beta} = \partial_\rho f_{\alpha\beta} - \Gamma^\sigma_{\rho\alpha} f_{\sigma\beta} - \Gamma^\sigma_{\rho\beta} f_{\sigma\alpha} = 0.$$

De (4) et (5) on tire l'identité

$$(6)\qquad \Gamma^{\nu}_{\rho\alpha} \equiv M^{\nu}_{\rho\alpha} + \frac{1}{2} f^{\beta\nu}(Q_{\alpha\beta,\rho} + Q_{\beta\rho,\alpha} - Q_{\rho\alpha,\beta}).$$

Décomposons les tenseurs $g_{\alpha\beta}$ et $g^{\alpha\beta}$ en partie symétrique et antisymétrique :

$$g_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} + k_{\alpha\beta}, \qquad g^{\alpha\beta} = l^{\alpha\beta} + m^{\alpha\beta}$$

et posons

$$(7)\qquad \gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{F^2}(2h_{\alpha\beta} - l_{\alpha\beta}) \qquad \left(\frac{1}{F^2} \equiv \frac{g}{2h + 2k - g}\right),$$

où h, k et g sont les déterminants de $h_{\alpha\beta}$, $k_{\alpha\beta}$ et $g_{\alpha\beta}$ respectivement. On a alors

$$(8)\qquad {}_{(M)}\nabla_\rho \gamma_{\alpha\beta} = {}_{(M)}\nabla_\rho \left\{\frac{1}{F^2}(2h_{\alpha\beta} - l_{\alpha\beta})\right\} = F^2 \partial_\rho \frac{1}{F^2} + \frac{1}{F^2}\, {}_{(M)}\nabla_\rho (2h_{\alpha\beta} - l_{\alpha\beta}).$$

Des équations de liaison :

$$ {}_{(L)}\nabla_\rho g^{\alpha\beta} = 2 N^{\beta}_{\sigma\rho} g^{\alpha\sigma} \qquad \left[N^{\beta}_{\sigma\rho} = \frac{1}{2}(L^{\beta}_{\sigma\rho} - L^{\beta}_{\rho\sigma})\right],$$

on obtient ([4]), ([5])

$$(9)\qquad {}_{(M)}\nabla_\rho\, l_{\alpha\beta} = N^{\mu}_{\sigma\rho} m^{\sigma\nu}(l_{\alpha\mu} l_{\beta\nu} + l_{\beta\mu} + l_{\alpha\nu}) \equiv \overset{1}{Q}_{\alpha\beta,\rho},$$

$$(10)\qquad {}_{(M)}\nabla_\rho h_{\alpha\beta} = N^{\mu}_{\alpha\rho} k_{\mu\beta} + N^{\mu}_{\beta\rho} k_{\mu\alpha} \equiv \overset{2}{Q}_{\alpha\beta,\rho}.$$

En substituant (9) et (10) dans (8) il vient

$$(11)\qquad {}_{(M)}\nabla_\rho \gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{F^2}\left(2\overset{2}{Q}_{\alpha\beta,\rho} - \overset{1}{Q}_{\alpha\beta,\rho}\right) + \gamma_{\alpha\beta} F^2 \partial_\rho \frac{1}{F^2} \equiv \overset{3}{Q}_{\alpha\beta,\rho}.$$

De (11) et (6) on obtient par un calcul facile :

$$(12)\qquad \gamma_{\varepsilon\nu} \overset{3}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho} = \frac{2}{F^2} h_{\varepsilon\nu} \overset{2}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho} - \frac{1}{F^2} l_{\varepsilon\nu} \overset{1}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho} + \frac{1}{2}\left(\gamma_{\alpha\nu} F^2 \partial_\rho \frac{1}{F^2} + \gamma_{\rho\nu} F^2 \partial_\alpha \frac{1}{F^2} - \gamma_{\alpha\rho} F^2 \partial_\nu \frac{1}{F^2}\right),$$

où $\overset{3}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho}$, $\overset{2}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho}$ et $\overset{1}{\Gamma}{}^{\varepsilon}_{\alpha\rho}$ sont les connexions riemanniennes correspondantes à $\gamma_{\alpha\rho}$, $h_{\alpha\rho}$ et $l_{\alpha\rho}$ respectivement.

Compte tenu du fait que sur une surface Σ d'équation locale $\varphi(x^\alpha) = 0$, on a

$$[R^{\alpha}{}_{\beta,\lambda\mu}] = l_\lambda C^{\alpha}_{\beta\mu} - l_\mu C^{\alpha}_{\beta\lambda} \qquad (l_\lambda C^{\alpha}_{\beta\mu} = [\partial_\lambda \Gamma^{\alpha}_{\beta\mu}])$$

et prenant en (12) les discontinuités sur Σ on trouve

$$(13)\qquad \gamma_{\varepsilon\alpha}\left[\overset{3}{R}{}^{\alpha}{}_{\beta,\lambda\mu}\right] = \frac{2}{F^2} h_{\varepsilon\alpha}\left[\overset{2}{R}{}^{\alpha}{}_{\beta,\lambda\mu}\right] - \frac{1}{F^2} l_{\varepsilon\alpha}\left[\overset{1}{R}{}^{\alpha}{}_{\beta,\lambda\mu}\right]$$
$$+ \frac{1}{2} F^2 \theta \{ l_\lambda(\gamma_{\mu\varepsilon} l_\beta - \gamma_{\mu\beta} l_\varepsilon) - l_\mu(\gamma_{\lambda\varepsilon} l_\beta - \gamma_{\lambda\beta} l_\varepsilon)\},$$

où l'on a posé

$$l_\rho l_\lambda \theta = \left[\partial_{\rho\lambda} \frac{1}{F^2}\right] \qquad (l_\lambda = \partial_\lambda \varphi).$$

Par convention nous écrirons (13) sous la forme

$$(14)\qquad \left[\overset{3}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = \frac{2}{F^2}\left[\overset{2}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] - \frac{1}{F^2}\left[\overset{1}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] + \frac{1}{2}F^2\theta\left\{l_\lambda(\gamma_{\mu\alpha}l_\beta - \gamma_{\mu\beta}l_\alpha) - l_\mu(\gamma_{\lambda\alpha}l_\beta - \gamma_{\lambda\beta}l_\alpha)\right\}$$

3. *a.* Considérons comme tenseur métrique le tenseur $l_{\alpha\beta}$. Une surface Σ_1 d'équation locale $\varphi_1(x^\alpha) = 0$ tangente en chaque point au cône $l^{\alpha\beta}l_\alpha l_\beta = 0$ ($l_\alpha = \partial_\alpha\varphi_1$) est appelée caractéristique de Lichnerowicz. D'après (2) et (3), on aura sur Σ_1 :

$$(15)\qquad \underset{\nu,\lambda,\mu}{S}\, l_\nu\left[\overset{1}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0,$$

$$(16)\qquad l^\lambda\left[\overset{1}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0 \qquad (l^\lambda = l^{\lambda\alpha}l_\alpha)$$

et d'après (14) et (16) :

$$(17)\qquad l^\mu\left[\overset{3}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = \frac{2}{F^2}l^\mu\left[\overset{2}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] + \theta\, l_\lambda l^\mu(h_{\mu\alpha}l_\beta - h_{\mu\beta}l_\alpha).$$

b. Si le tenseur métrique est $h_{\alpha\beta}$ et l'on considère les discontinuités à la traversée d'une surface Σ_2 d'équation locale $\varphi_2(x^\alpha) = 0$ tangente en chaque point au cône $h^{\alpha\beta}l_\alpha l_\beta = 0$, ($l_\alpha = \partial_\alpha\varphi_2$) on a de même

$$\underset{\nu,\lambda,\mu}{S}\, l_\nu\left[\overset{2}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0,$$

$$l^\lambda\left[\overset{2}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0 \qquad (l^\lambda = h^{\lambda\alpha}l_\alpha),$$

$$l^\mu\left[\overset{3}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = -\frac{1}{F^2}l^\mu\left[\overset{1}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] - \frac{1}{2}\theta\, l_\lambda l^\mu(l_{\mu\alpha}l_\beta - l_{\mu\beta}l_\alpha).$$

c. Finalement si la métrique est $\gamma_{\alpha\beta}$, à la traversée d'une surface Σ_3 (6) d'équation locale $\varphi_3(x^\alpha) = 0$ tangente en chaque point au cône $\gamma^{\alpha\beta}l_\alpha l_\beta = 0$ ($l_\alpha = \partial_\alpha\varphi_3$) on a

$$\underset{\nu,\lambda,\mu}{S}\, l_\nu\left[\overset{3}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0,$$

$$l^\lambda\left[\overset{3}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = 0,$$

$$2\,l^\mu\left[\overset{2}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right] = l^\mu\left[\overset{1}{R}_{\alpha\beta,\lambda\mu}\right].$$

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) L. Bel, *La radiation gravitationnelle, Thèse,* Paris, 1960. Le tenseur de Ricci est construit avec la connexion riemannienne $\Gamma^\alpha_{\lambda\mu}$.

(2) A. Lichnerowicz, *Annali di Matem.*, 4e série, 50, 1960.

(3) Les notations sont celles employées par A. Lichnérowicz dans *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme*, Masson, Paris, 1954.

(4) L. Mas et A. Montserrat, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 382.

(5) A. Montserrat et L. Mas, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 1110.

(6) Les surfaces Σ_2 et Σ_3 sont appelées caractéristiques de Maurer-Tison.

RELATIVITÉ. — *États de radiation totale en Relativité générale.*
Note (*) de M. **Jean Hély**, transmise par M. Frans Van den Dungen.

On définit deux ensembles nouveaux d'états de radiation totale, dont l'un se compose d'états de radiation pure, au sens de A. Lichnérowicz, et l'autre non.

Lemme I. — *Si l est une fonction des x^α, de gradient $l_\alpha (\alpha = 1, 2, \ldots, n)$, telle que m relations $(m < n)$ de la forme*

(A) $$\psi_1 = \psi_2 = \ldots \psi_i \ldots = \psi_m = 0.$$

où les ψ_i sont des fonctions des l_α et de l, homogènes par rapport aux l_α, soient satisfaites, on peut écrire

(B) $$x^\alpha = \frac{\partial\varphi}{\partial l_\alpha} + \sum_i \lambda_i \frac{\partial\psi_i}{\partial l_\alpha}, \qquad 1 = \frac{\partial\varphi}{\partial l} + \sum_i \lambda_i \frac{\partial\psi_i}{\partial l},$$

φ désignant une fonction de l et des l_α, homogène et de degré 1 par rapport aux l_α, et les λ_i m paramètres auxiliaires.

Les m équations (A) et les $n + 1$ équations (B) permettent en effet de définir les $m\lambda_i$, les nl_α et l en fonction des x^α, et il appert que

$$l_\alpha\, dx^\alpha = d(l_\alpha x^\alpha) - x^\alpha\, dl_\alpha = d\left(l_\alpha \frac{\partial\varphi}{\partial l_\alpha} + \sum_i \lambda_i l_\alpha \frac{\partial\psi_i}{\partial l_\alpha}\right)$$
$$- \left[\left(d\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial l}\, dl\right) + \sum_i \lambda_i \left(d\psi_i - \frac{\partial\psi_i}{\partial l}\, dl\right)\right] = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial l} + \sum_i \lambda_i \frac{\partial\psi_i}{\partial l}\right) dl = dl.$$

puisque $l_\alpha(\partial\varphi/\partial l_\alpha) = \varphi$, $l_\alpha(\partial\psi_i/\partial l_\alpha) = 0$, $d\psi_i = 0$; ce qui montre que l_α est bien le gradient de l.

On vérifie aisément, par ailleurs, que $l_\alpha x^\alpha = \varphi$, et cette équation n'est autre que celle du $(n-1)$-plan tangent au point x^α à la $(n-1)$-surface $l = \mathrm{Cte}$ passant par ce point.

Lemme II. — *Si $n = 4$, $m = 1$ et $\psi_1 = \sum_\alpha l_\alpha l_\alpha \equiv l_\alpha l_\alpha$, les dérivées secondes $l_{\alpha\beta}$ de l sont telles que*

(C) $$l_{\alpha\beta} = u_\alpha u_\beta + v_\alpha v_\beta - \frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2} l_\alpha l_\beta.$$

avec

$$u_\alpha v_\alpha = u_\alpha l_\alpha = v_\alpha l_\alpha = u_\alpha \frac{\partial^2\varphi}{\partial l_\alpha\, \partial l} = v_\alpha \frac{\partial^2\varphi}{\partial l_\alpha\, \partial l} = 0.$$

Si $n = 4$, $m = 2$, $\psi_1 = l_\alpha l_\alpha$ *et* ψ_2 *arbitraire,*

(D) $$l_{\alpha\beta} = u_\alpha u_\beta + l_\alpha v_\beta + v_\alpha l_\beta,$$

avec

$$u_\alpha v_\alpha = u_\alpha l_\alpha = v_\alpha l_\alpha = u_\alpha \frac{\partial\psi_2}{\partial l_\alpha} = l_\alpha \frac{\partial\psi_2}{\partial l_\alpha} = 0, \qquad v_\alpha \frac{\partial\psi_1}{\partial l_\alpha} = -\frac{\partial\psi_2}{\partial l}.$$

Si $n=4$, $m=2$, $\psi_1=l_\alpha l_\alpha$ *et* $\partial\psi_2/\partial l=0$,

$$l_{\alpha\beta}=u_\alpha u_\beta-\frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2}l_\alpha l_\beta, \tag{E}$$

avec

$$l_\alpha u_\alpha=l_\alpha\frac{\partial\psi_2}{\partial l_\alpha}=u_\alpha\frac{\partial\psi_2}{\partial l_\alpha}=u_\alpha\frac{\partial^2\varphi}{\partial l_\alpha\,\partial l}=0.$$

Théorème I. — *Le modèle d'univers de tenseur métrique* $g_{\alpha\beta}=1_{\alpha\beta}+2al_\alpha l_\beta$, *où* l_α *représente le gradient d'une fonction* l *des* x^α, *telle que* $l_\alpha l_\alpha=0$, a *une fonction de* l *et* $1_{\alpha\beta}$ *la matrice-unité, décrit un état de radiation totale pure, au sens de A. Lichnérowicz, si* $\partial^2_{\alpha\beta}l\equiv l_{\alpha\beta}$ *est du type* (E) *étudié dans le précédent lemme.*

En vertu de formules données dans une Note antérieure [1] et de ce que, dans le cas (E) :

$$l_{\gamma\alpha}l_{\gamma\beta}=l_{\gamma\gamma}\left(l_{\alpha\beta}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2}l_\alpha l_\beta\right),\qquad l_{\gamma\delta}l_{\gamma\delta}=l_{\gamma\gamma}l_{\delta\delta},$$

le tenseur de Ricci est en effet :

$$R_{\alpha\beta}=l_{\gamma\gamma}\left(\frac{da}{dl}-2a\frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2}\right)l_\alpha l_\beta,\qquad \text{tandis que}\quad l^\alpha R_{\alpha\beta,\lambda\mu}=0.$$

On vérifie aisément, par ailleurs, que la divergence du vecteur $(l^\gamma_\gamma)\,l^\alpha$ est nulle [elle le serait encore si l'on passait du cas (E) au cas (D) avec le même tenseur $g_{\alpha\beta}$].

Théorème II. — *Le modèle d'univers de tenseur métrique*

$$g_{\alpha\beta}=1_{\alpha\beta}+2a\,l_{\gamma\gamma}l_\alpha l_\beta,$$

où l_α *représente le gradient d'une fonction* l *des* x^α, *telle que* $l_\alpha l_\alpha=0$, a *une fonction de* l *et* $l_{\gamma\gamma}$ *l'expression* $\sum_\gamma\partial^2_{\gamma\gamma}l$, *décrit un état de radiation totale si* $\partial^2_{\alpha\beta}l\equiv l_{\alpha\beta}$ *étant du type* (C) *étudié au lemme* II, $\overline{u}^2$ *est en outre égal à* $\overline{v}^2$.

En vertu de formules données dans une Note antérieure, déjà citée, et de ce que, dans le cas considéré :

$$2\,l_{\gamma\alpha}l_{\gamma\beta}=l_{\gamma\gamma}\left(l_{\alpha\beta}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2}l_\alpha l_\beta\right),\qquad 2\,l_{\gamma\delta}l_{\gamma\delta}=l_{\gamma\gamma}l_{\delta\delta},$$

le tenseur de Ricci est en effet :

$$R_{\alpha\beta}=\left[(l_{\gamma\gamma})^2\left(\frac{da}{dl}-3a\frac{\partial^2\varphi}{\partial l^2}\right)-a\,\partial^2_{\gamma\gamma}l_{\delta\delta}\right]l_\alpha l_\beta,$$

mais le tenseur $l^\alpha R_{\alpha\beta,\lambda\mu}$ n'est pas nul et l'on n'a donc pas affaire à un état de radiation totale pure, au sens de A. Lichnerowicz.

On vérifie aisément, par ailleurs, que la divergence du vecteur $(l^\gamma_\gamma)^2\,l^\alpha$ est nulle, et qu'il en est de même de celle du vecteur $(l^{\gamma\delta}_{\gamma\delta})\,l^\alpha$ en vertu de l'identité $R^\alpha_{\beta;\alpha}=0$.

[illegible]

$$\text{(F)} \qquad 2\frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial l_\alpha}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial l_\beta} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial L}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial l_\alpha\,\partial l_\beta} - [illegible]\right),$$

compte tenu, le cas échéant, des égalités $l_\alpha l_\alpha = 0$ et $\partial\psi/\partial l = 1$.

Il vient alors

$$\frac{2\, l_{\alpha\beta}}{L} = [illegible] - l_\alpha m_\beta - m_\alpha l_\beta, \qquad \text{avec} \quad l_\alpha m_\alpha = 1,$$

$$m_\alpha = \frac{\partial^2 \psi}{\partial l_\alpha\,\partial l} - \left(\frac{1}{L}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial l^2} - \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial l}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial l}\right) l_\alpha,$$

$$\frac{2}{L} = \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial L\,\partial L} - [illegible]$$

[illegible] l'ensemble des l_α et de $\sqrt{l\,L}$, de la forme $l_\alpha j_\alpha$ où les j_α désignent [illegible] fonctions de l et de dérivées finies pour $l\,L = 0$ [2].

On a ainsi

$$\psi = (\Phi)_{L\,l=0} - l\,L\left[\frac{\partial \Phi}{\partial\,(l\,L)}\right]_{L\,l=0} + \ldots,$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial l_\alpha} = j_\alpha = l_\alpha \qquad \text{puisque} \quad l\,L = 0,$$

$$[illegible] = 0,$$

[illegible] de la forme $l_\alpha j_\alpha$.

On peut en déduire que, comme dans ce cas :

$$[illegible]$$

[illegible]

$$[illegible]$$

et, compte tenu de $l\,L = 0$:

$$l_\alpha k_\alpha \frac{df}{dl} = \frac{\partial \psi}{\partial l} = 1, \qquad \frac{df}{dl}\, l_\alpha k_\alpha\, \frac{d^2 f}{dl^2} = \frac{df}{dl}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial l^2} = \frac{d^2 f}{dl^2},$$

[illegible] alors à une fonction de l.

(*) Séance du 15 mai 196.

(1) *Comptes rendus*, 251, 196., p. [illegible].

(2) Nous n'avons pas trouvé, en fait, de solution plus générale.

qui s'écrit sous la forme

$$\gamma = \frac{5}{3}a^{-1} + \frac{2}{27}\left[1 + 25a^{-2} + \frac{625}{3}a^{-4} + \frac{15\,625}{27}a^{-6}\right]^{\frac{1}{2}} \times \cos\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left[\sqrt{27}\,a\frac{(1 + 13a^{-2} + 375a^{-4})^{\frac{1}{2}}}{18 - 125a^{-2}}\right], \tag{5}$$

En substituant (5) dans l'équation

$$v = c(1 - \gamma^{-2})^{\frac{1}{2}}, \tag{6}$$

nous obtenons la vitesse la plus probable selon la loi de répartition relativiste des vitesses. Ce résultat est valable pour n'importe quelle valeur possible du quotient $a = m_0 c^2 (kT)^{-1}$.

Il est bien connu qu'on obtient les formules de la statistique classique de Boltzmann comme limite des formules relativistes, en faisant tendre le paramètre a vers l'infini, c'est-à-dire, lorsque l'énergie thermique devient négligeable devant l'énergie au repos. En effectuant le passage à la limite en question, nous obtenons en effet $v = (2kTm_0^{-1})^{1/2}$, qui est la formule classique pour la vitesse la plus probable.

L'autre limite très intéressante est celle du cas ultrarelativiste. Quand l'énergie au repos devient dominante, c'est-à-dire, lorsque le paramètre a tend vers le zéro, les formules se réduisent à

$$v = c\left(1 - \frac{m_0 c^2}{5kT}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{7}$$

La formule approximative (7) pour la vitesse la plus probable dans le cas ultrarelativiste a été établie par M. J. L. Synge, qui recherchait les solutions asymptotiques de l'équation (4) [2].

2. Pour calculer la moyenne $\overline{Q}$ d'une grandeur physique Q, qui ne dépend que de l'impulsion relativiste $\vec{p} = cm_0\vec{u}$, nous appliquons la méthode usuelle

$$\overline{Q}\int f(\vec{p})\,d\vec{p} = \int Q(\vec{p})\,f(\vec{p})\,d\vec{p}. \tag{8}$$

Dans (8), $f(\vec{p})$ est la fonction de répartition (2) exprimée comme fonction de l'impulsion $\vec{p}$:

$$f(\vec{p}) = n(2\pi^2)^{-1}ia(H_2^{(1)}(ia))^{-1}\exp\left\{-a\left(1 + \left(\frac{\vec{p}}{m_0 c}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

Calculons maintenant la moyenne de la valeur absolue de l'impulsion. On a

$$\overline{p}\int_0^\infty p^2\exp\left\{i\alpha\left(1 + \frac{p^2}{(m_0 c)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}dp = \int_0^\infty p^3\exp\left\{i\alpha\left(1 + \frac{p^2}{(m_0 c)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}dp,$$

avec $\alpha = ia = im_0c^2(kT)^{-1}$. Après l'évaluation des intégrales, nous obtenons

(9) $$\bar{p} = \frac{m_0 c}{-iH_2^{(1)}(ia)} \frac{4}{\pi} a^{-1}[1 + 3a^{-1} + 3a^{-2}] \exp(-a).$$

Quant à la moyenne de p^2, nous avons après un calcul similaire :

(10) $$\bar{p} = 3m_0 kT \frac{iH_2^{(1)}(ia)}{H_3^{(1)}(ia)}.$$

Les formules (9) et (10) sont valables pour toutes les valeurs possibles de $a = m_0c^2(kT)^{-1}$. Dans l'approximation classique (a tendant vers l'infini) nous introduisons les formules asymptotiques, valables pour les grands arguments, des fonctions de Hankel $H_2^{(1)}(ix)$ et $H_3^{(1)}(ix)$, et nous nous arrêtons aux termes quadratiques en x. Nous obtenons alors

(11) $$\bar{p} = (8kT\pi^{-1})^{\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{9}{8}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right) + \frac{9}{128}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2\right],$$

(12) $$\bar{p}^2 = 3m_0kT\left[1 + \frac{5}{2}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right) + \frac{15}{8}\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2\right].$$

On sait d'autre part, qu'en approximation classique nous avons l'équipartition (asymptotique) de l'énergie cinétique; il s'ensuit que les formules (11) et (12) tendent asymptotiquement vers les expressions classiques $\bar{v} = [8kT(m_0\pi)^{-1}]^{1/2}$ et $\bar{v}^2 = 3kT\, m_0^{-1}$. Les termes dans les parenthèses de (11) et (12) peuvent passer pour des corrections relativistes.

Dans l'approximation ultrarelativiste (a tendant vers zéro) en faisant usage des formules asymptotiques, valables pour les faibles valeurs de l'argument des fonctions de Hankel, nous obtenons

$$p = 3m_0c\left[\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right) - \frac{1}{6}\left(\frac{m_0c^2}{kT}\right)\right],$$

$$p^2 = 12m_0c^2\left(\frac{kT}{m_0c^2}\right)^2.$$

(*) Séance du 24 mai 1961.

(1) I. ABONYI, *Z. Angew. Math. Phys.*, 11, 1960, p. 218.

(2) J. L. SYNGE, *The Relativistic Gas*, Amsterdam, 1957.

(*Institut de Physique théorique de l'Université R. Eötvös, Puskin-u. 5-7, Budapest, VIII, Hongrie.*)

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Première énergie d'ionisation des éléments de la matière caractérisés par leurs électrons s et p des couches externes (1 à 7). Valeurs calculées à partir de l'expression déterminée* E(*s*, *p*) *et courbes correspondantes.* Note (*) de Mlle **Rose Aynard**, présentée par M. Louis de Broglie.

J'ai donné dans ma Note précédente [1] une expression générale caractérisant les énergies de première ionisation des éléments de la matière en fonction des électrons croissants (*s*, *p*) des couches externes, sous la forme

$$E(s,p) = R\left(\frac{[illegible]}{n} - \zeta\right), \qquad \text{avec} \quad \zeta = B e^{-[illegible]}$$

et

$$R_i = \frac{me}{h^2} = 27\ \text{eV} = \text{Cte de première ionisation.}$$

Après avoir déterminé les paramètres correspondant aux couches externes : électrons *s* des deux premières couches, électrons *p* des six couches suivantes [2], je donne ici les valeurs numériques des énergies d'ionisation calculées d'après ces fonctions [$E_i(1s)$, $E_i(2s)$, $E_i(1p)$, ..., $E_i(6p)$] pour les *s* ou *p* croissants des couches externes (1 à 7) des numéros atomiques correspondants (tableau suivant et courbes figure 1).

TABLEAU I.

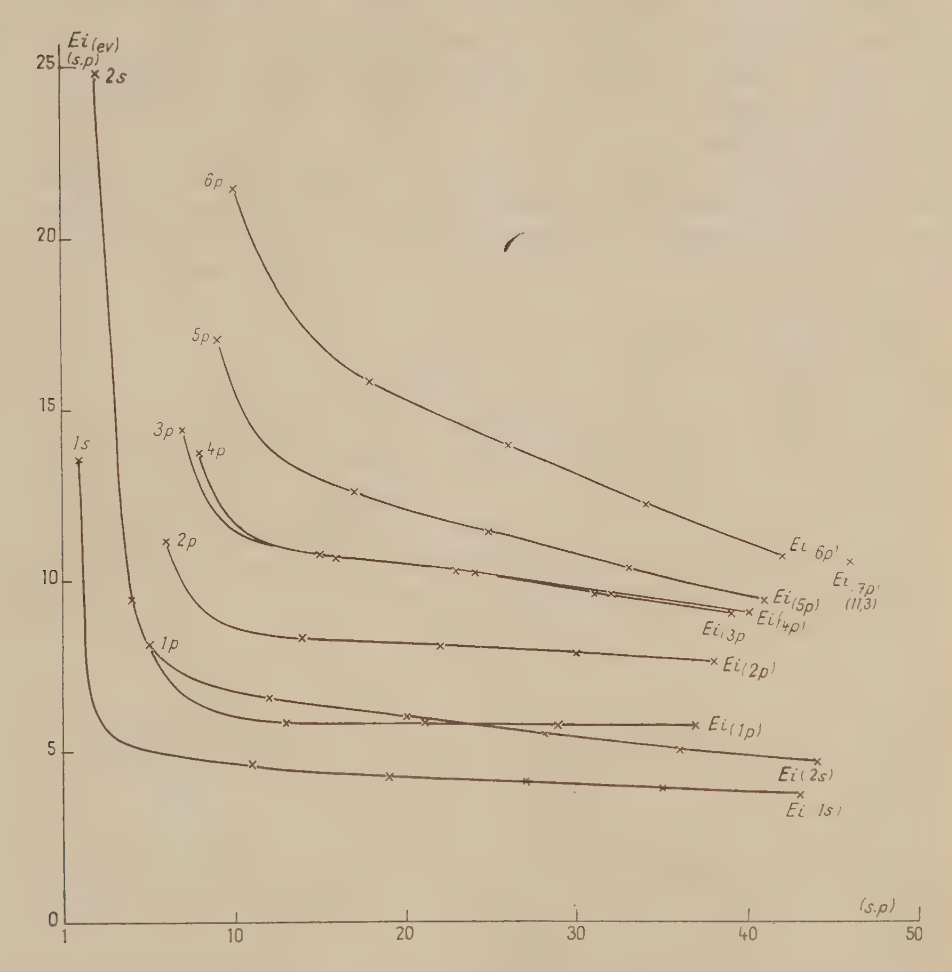
(E_i est donné en électrons-volts.)

Z.	1 s.	E_i ex.	E_i cal.	E_i Slater.	Z.	2 s.	E_i ex.	E_i cal.
1......	1	13,59	13,55	–	2.....	2	24,56	24,83
3......	3	5,40	5,43	5,71	4......	4	9,32	9,42
11......	11	5,14	4,56	7,24	12......	12	7,64	6,63
19......	19	4,34	4,32	4,77	20......	20	6,11	5,88
37......	27	4,17	4,10	4,07	38......	28	5,69	5,51
55......	35	3,89	3,88	3,69	56......	36	5,21	5,08
87......	43	3,85	3,66	–	88......	44	5,27	4,68

Z.	1 p.	E_i ex.	E_i cal.	Z.	2 p.	E_i ex.	E_i cal.	Z.	3 p.	E_i ex.	E_i cal.
5...	5	8,28	8,19	6...	6	11,27	11,15	7...	7	14,55	14,42
13...	13	5,97	5,83	14...	14	8,15	8,35	15...	15	10,90	10,80
31...	21	5,97	5,83	32...	22	8,13	8,12	33...	23	10,50	10,30
49...	29	5,79	5,76	50...	30	7,30	7,84	51...	31	8,64	9,58
81...	37	6,12	5,69	82...	38	7,42	7,60	83...	39	8,80	9

Z.	4 p.	E_i ex.	E_i cal.	Z.	5 p.	E_i ex.	E_i cal.	Z.	6 p.	E_i ex.	E_i cal.
8...	8	13,62	13,75	9...	9	17,43	17,08	10...	10	21,56	21,5[illegible]
16...	16	10,36	10,65	17...	17	12,90	12,63	18...	18	15,76	15,83
34...	24	9,73	10,20	35...	25	11,76	11,40	36...	26	14,00	13,93
52...	32	8,96	9,60	53...	33	10,44	10,32	54...	34	12,13	12,18
84...	40	8,20	9,05	85...	41	9,66	9,36	86...	42	10,75	10,69

On remarque que les courbes $E_i(s)$ sont bien au-dessous des $E_i(p)$ qui s'étagent en raison des couches croissantes, ce qui montre clairement que la facilité d'extraction des électrons de l'atome varie en raison de l'ordre de ces couches, sauf pour quelques cas, entre autres pour les trois premiers électrons p provenant du début du remplissage des premières couches p.



D'une façon générale et comme il a été dit précédemment, les électrons de couches correspondantes sont moins faciles à extraire d'un petit volume atomique que d'un grand. Mais comme il peut y avoir contraction du volume par augmentation de l'affinité électronique lorsqu'il y a augmentation du nombre atomique, il y a alors diminution de la facilité d'extraire l'électron de l'atome dans ces conditions. Ce qui a lieu lorsque la couche se complète et se rapproche de l'équilibre. Néanmoins lorsque le nombre de couches augmente, le volume atomique augmente également, ce qui diminue alors la facilité d'extraction. Ce sont là les deux causes inverses

pour un même effet produit. Ce qui explique le fait que pour les couches externes d'électrons p correspondant aux numéros atomiques 7, 15, 33, 51 et 83 de la courbe $E_i(3p)$ et pour les numéros atomiques 8, 16, 34, 52 et 84 de la courbe $E_i(4p)$, ces deux courbes sont pratiquement confondues.

Pour les éléments plus légers (nos 7 et 8), la courbe $E_i(3p)$ est normalement un peu au-dessous de la courbe $E_i(4p)$; pour les éléments intermédiaires (15, 33; 16, 34), $E_i(3p)$ est pratiquement confondue avec $E_i(4p)$ et pour les éléments à plus grand nombre de charges (51, 83; 52, 84), $E_i(3p)$ est un peu décalée au-dessus de $E_i(4p)$, ce qui est conforme à ma remarque précédente.

Comme on peut le constater également, les deux courbes $E_i(3p)$, $E_i(4p)$ sont également disposées par rapport aux courbes $E_i(1p)$, $E_i(2p)$ et aux courbes $E_i(5p)$, $E_i(6p)$.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 3568.

(2) *Loc. cit.* (1).

MAGNÉTISME. — *Effet Hall dans quelques alliages dilués* Pd-Co-H. Note (*) de M. **Jean-Paul Burger**, transmise par M. Gabriel Foëx.

Un appareil simple de mesure de l'effet Hall a été mis au point. L'effet Hall d'alliages Pd-Co-H paramagnétiques a été mesuré et un terme proportionnel à l'aimantation paramagnétique est clairement mis en évidence.

L'étude de l'effet Hall dans les substances ferromagnétiques a permis d'établir [1] que cet effet comportait deux termes : un premier terme appelé effet normal, proportionnel au champ d'induction appliqué B et un deuxième terme, appelé effet extraordinaire proportionnel à l'aimantation J de la substance :

$$V_H \frac{d}{I} = R_0 B + R_1 J = R_0 (B + \alpha J), \tag{1}$$

V_H, tension de Hall; I, courant passant dans l'échantillon; d, épaisseur de l'échantillon; $B = (B_0 - J)$; B_0, champ d'induction extérieur.

Dans un modèle à une seule bande de conduction $R_0 = [-1/(Ne)n_e]$, où n_e est le nombre d'électrons libres par atome.

Des modèles plus compliqués ont été développés faisant intervenir deux bandes [2] de conduction, une première où la conduction se fait par électrons (bande s) et une deuxième où elle se fait par trous (bande d). Dans ce cas :

$$R_0 = -\frac{-1}{(Ne)}\left[\frac{1}{n_e}\left(\frac{\sigma_e}{\sigma}\right)^2 - \frac{1}{n_t}\left(\frac{\sigma_t}{\sigma}\right)^2\right], \tag{2}$$

où n_e et n_t représentent le nombre d'électrons et de trous par atome contribuant à la conduction σ_e, σ_t et σ les conductions dans chaque bande et la conduction totale.

Allison et Pugh [3] ont tenté de vérifier l'existence d'un terme proportionnel à l'aimantation dans des alliages paramagnétiques Pd-Ag. Leur conclusion était qu'un tel terme devait exister pour pouvoir expliquer la variation de l'effet Hall avec la température.

Pour mettre ce terme en évidence nous avons entrepris l'étude d'alliages dilués Pd-Co (7, 4 et 2 % at. de Co) dont les points de Curie ferromagnétiques se trouvent respectivement à 248, 175 et < 80°K. Lorsqu'on hydrogène ces alliages au-delà de la saturation ils deviennent paramagnétiques [4] dans l'intervalle de température considéré (80-300°K) et suivent des lois de Curie-Weiss avec des θ paramagnétiques compris entre 25 et 80°K.

Le dispositif de mesures et le détail des expériences seront décrits dans une autre publication.

Résultats expérimentaux. — 1° *Pd et Pd-H.* — Sur la figure 1 sont représentées les variations de R en fonction de la température pour le Pd

pur et le Pd hydrogéné. Pour le Pd pur, les résultats confirment ceux de Frank ([5]); le Pd étant paramagnétique on pourrait s'attendre à un effet proportionnel à l'aimantation, mais alors R devrait augmenter aux basses températures ce qui n'a lieu qu'à partir de 130°K environ. Pour l'alliage hydrogéné le sens de variation avec T est différent. L'hydrogène étant absorbé sous forme de protons, porteurs de charges positives, il est tentant d'appliquer un modèle à deux bandes, les protons jouant le rôle des trous de la bande *d*. Comme dans ce cas $n_e = n_t$, on aura

$$R_0 = \frac{1}{(Ne)\,n_e}\,\frac{\sigma_e - \sigma_t}{\sigma_e + \sigma_t}$$

et l'on peut comprendre qualitativement le sens de variation de R_0 avec T. En effet aux basses températures σ_t tend vers zéro, les protons occupant alors des places rigides dans le réseau du Pd ([6]) alors que σ_e augmente. On voit alors que $R_0\,(T = 0) = 1/(Ne)n_e$. On trouve ainsi $n_e = 0{,}68$ électrons, valeur compatible avec les mesures magnétiques.

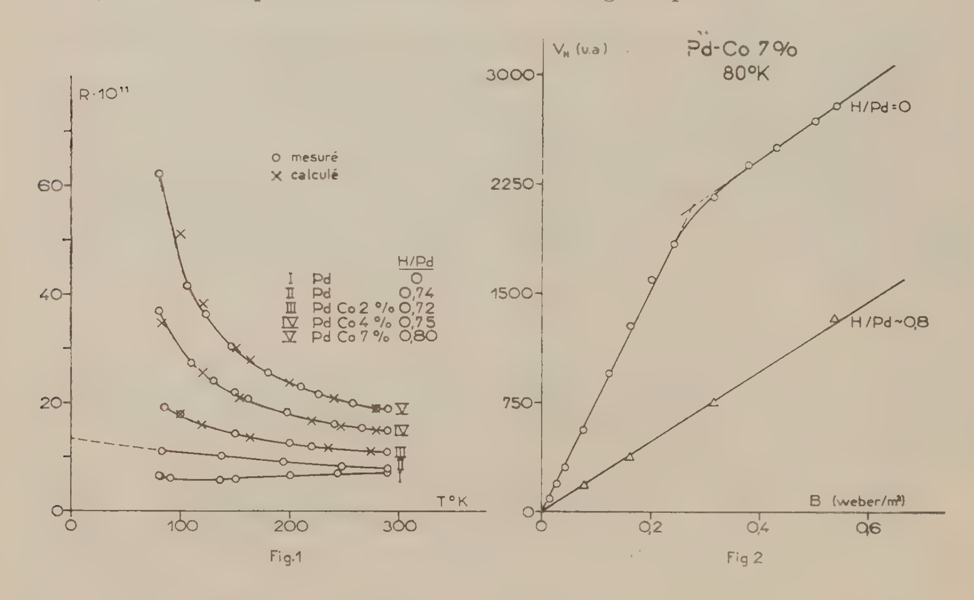


Fig. 1 Fig. 2

2° *Alliages Pd-Co-H*. — La figure 2 représente la variation de la tension de Hall à 80°K en fonction du champ d'induction appliqué pour l'alliage Pd-Co 7 % à l'état pur et à l'état hydrogéné. Dans le premier cas on reconnaît l'allure caractéristique d'un ferromagnétique alors que dans le deuxième cas, l'alliage est paramagnétique. Ceci illustre bien la grande différence qu'il y a entre les deux états.

La figure 1 représente les variations de R avec la température pour les différents alliages Pd-Co hydrogénés au-delà de la saturation. L'allure des courbes laisse nettement apparaître l'existence d'un terme proportionnel à l'aimantation paramagnétique. Pour représenter les courbes expérimen-

tales nous avons essayé d'ajuster au mieux les coefficients R_0 et α, dont on admet qu'ils sont indépendants de la température, en utilisant des valeurs de susceptibilités mesurées sur des échantillons se trouvant dans le même état d'hydrogénation.

En effet, la formule (1) peut se mettre sous la forme

$$(3)\quad \frac{V_H d}{I} = RB_0, \qquad \text{où}\quad R = R_0\left(\frac{1+\alpha\chi}{1+\chi}\right) \sim R_0\left(1+\alpha\frac{C}{T-\theta}\right) \qquad \text{si}\quad \alpha \gg 1;$$

C, constante de Curie; θ, point de Curie paramagnétique. (La susceptibilité χ est exprimée en unités Giorgi.)

On obtient ainsi les résultats suivants :

TABLEAU I.

Co (%).	$R_0 . 10^{11}$.	α.
2	8,4	96
4	10,0	78
7	11,8	45

La validité de la formule (3) semble donc bien établie pour ces alliages. Le tableau I cependant ne peut donner qu'un ordre de grandeur pour R_0 et α. Il est, en effet, bien connu que pour les ferromagnétiques par exemple, α dépend fortement de la température dans la région en dessous du point de Curie. De même, R_0 dans un modèle à deux bandes peut dépendre de la température. C'est pourquoi nous nous proposons de poursuivre cette étude dans la région ferromagnétique, aussi bien pour les alliages hydrogénés, que non hydrogénés où il est plus facile de séparer les termes R_0 et R_1. Il sera alors nécessaire de mesurer dans des champs d'induction plus élevés que ceux actuellement disponibles (0,6 W/m²).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) E. M. PUGH, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 1503.
(2) SONDHEIMER et WILSON, *Proc. Roy. Soc.*, A 190, 1947, p. 435.
(3) ALLISON et PUGH, *Phys. Rev.*, 107, 1957, p. 103.
(4) J. P. BURGER et J. WUCHER, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2230.
(5) FRANCK, *Appl. Sc. Research*, B 6, 1957, p. 379.
(6) BURGER, POULIS et HASS, *Résonance magnétique nucléaire des protons dans le palladium* (*Physica*, 27, 1961) (sous presse).

(*Laboratoire Pierre-Weiss, Institut de Physique, Strasbourg.*)

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Quelques observations sur la formation de l'image en microscopie électronique.* Note (*) de Mme **Monique Fagot**, MM. **Jean Ferré** et **Charles Fert**, transmise par M. Gaston Dupouy.

Les auteurs ont étudié, sur l'exemple d'un objet biologique périodique d'épaisseur courante : la conservation de la cohérence du faisceau transmis par l'objet (microscopie interférentielle); l'influence du rapport de l'ouverture numérique du condenseur à celle de l'objectif sur le contraste; l'évolution de l'image par défaut de mise au point, en éclairage cohérent.

Afin d'obtenir quelques données expérimentales sur le problème de la formation de l'image en optique électronique, nous avons utilisé un objet biologique périodique préparé dans les conditions habituelles, et d'épaisseur normale : il s'agit d'une coupe de myéline, fixée à l'acide osmique, le matériel d'inclusion étant l'araldite (1).

1. *Examen en microscopie électronique interférentielle.* — L'objet est observé en microscopie électronique interférentielle dans les conditions décrites par Fert et Faget (2) (tension accélératrice : 100 kV). La figure 1 montre l'une des images obtenues.

a. Les franges d'interférence sont visibles et contrastées, ce qui montre la *conservation de la cohérence d'une fraction importante du faisceau transmis par l'objet.* L'épaisseur de celui-ci correspond à des conditions courantes de préparation; elle est de l'ordre de 400 Å (3).

Ce résultat montre que la théorie de la formation de l'image rappelle celle qui a été développée en optique pour les objets non lumineux par eux-mêmes.

b. Sur la figure 1, la distance de deux membranes de myéline est voisine de 85 Å. Cette image montre que, avec le montage utilisé, *la limite de résolution en microscopie électronique interférentielle peut atteindre la même valeur qu'en microscopie électronique normale*, malgré la nécessité d'utiliser une fente *très fine* dans le condenseur (4). Cette méthode peut donner, sur la phase de l'onde transmise en chaque point de l'objet, des informations que ne contient pas l'image normale. Le cas d'objets périodiques, amorphes ou cristallins, est particulièrement intéressant à étudier.

c. Du fait de l'action du biprisme, il existe une zone où se superposent les images de deux régions voisines de l'objet : cette zone est celle où les franges sont visibles. Les écarts d'une frange à la frange rectiligne moyenne sont faibles dans le cas de la myéline, sans être nuls; ils traduisent des variations du retard de phase introduit par les différents points de l'objet; dans le cas des coupes de myéline examinées, ces variations restent inférieures à $\pi/4$ (5).

2. *Influence de l'ouverture du condenseur.* — L'importance du rapport $2\alpha_c/2\alpha_0$ de l'ouverture du faisceau éclairant un point de l'objet à

500 Å

Fig. 1. — Microscopie électronique interférentielle.

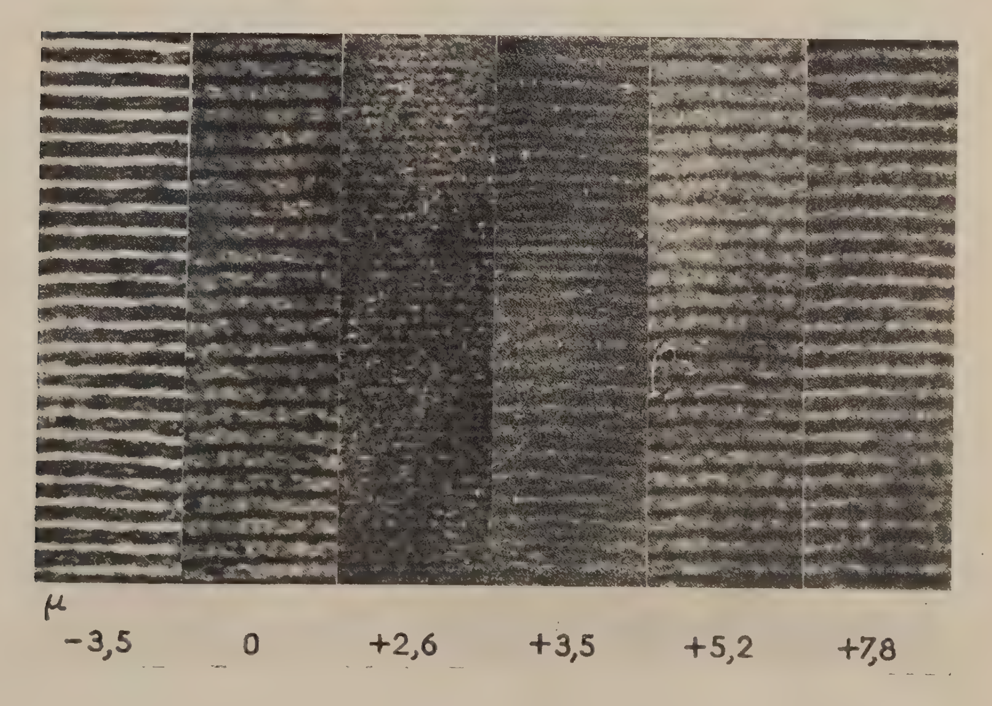


Fig. 2. — Défaut de mise au point
($2\alpha_c = 0{,}2 . 10^{-3}$; $2\alpha_0 = 10^{-2}$; le défaut de mise au point b est indiqué en microns; le signe + correspond à la surfocalisation).

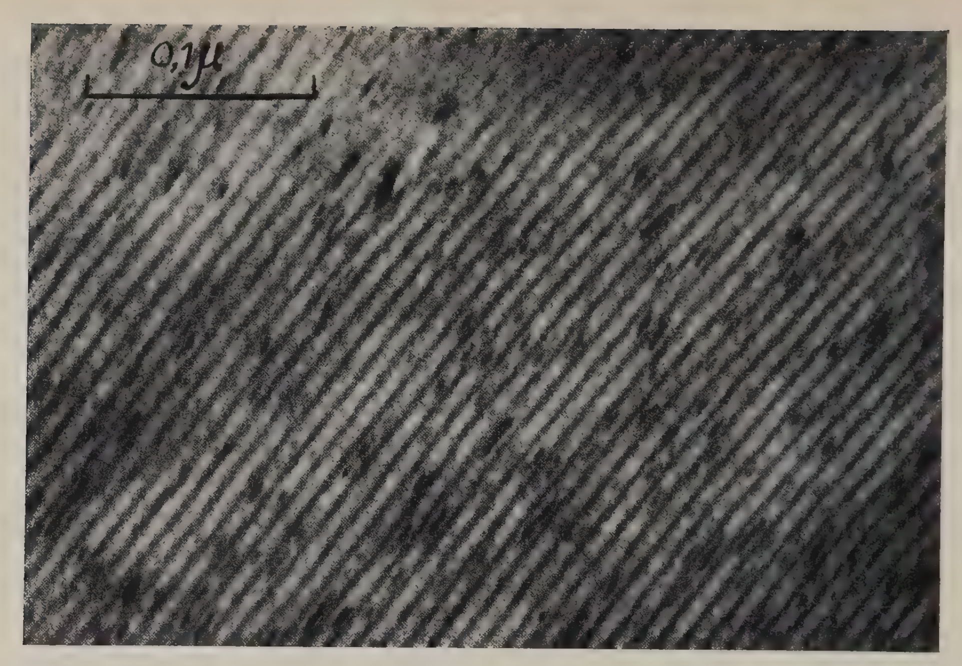


Fig. 3. — Éclairage incohérent : $2\alpha_c = 6 . 10^{-3}$; $2\alpha_0 = 10^{-2}$.



Fig. 4. — Éclairage cohérent : $2\alpha_c = 0{,}7 . 10^{-3}$; $2\alpha_0 = 10^{-2}$.

l'ouverture numérique de l'objectif est bien connue en microscopie optique [6].

Dans les premiers microscopes électroniques, $2\alpha_c/2\alpha_0$ était de l'ordre de l'unité (*éclairage incohérent*). Peu à peu, au cours des dernières années, la tendance s'est établie de travailler avec des valeurs beaucoup plus petites, de l'ordre de 0,1 à 0,2, et parfois plus faibles (*éclairage cohérent*). Faget, Fagot et Fert [7], [9] ont attiré l'attention sur quelques conséquences qui en résultent; certains auteurs ont proposé de revenir parfois à l'éclairage incohérent [8].

Pour illustrer l'importance de $2\alpha_c/2\alpha_0$, les figures 3 et 4 montrent le même objet pour deux cas extrêmes. La limite de résolution est du même ordre dans les deux cas; le contraste est meilleur en éclairage cohérent; par contre, les membranes de myéline, d'épaisseur régulière en éclairage incohérent (comme cela est confirmé aussi par la figure 1), paraissent plus épaisses et granuleuses en éclairage cohérent. Cette apparence, due aux conditions d'éclairage, doit être interprétée avec prudence.

3. *Influence d'un défaut de mise au point.* — Fagot et Fert [9] ont étudié les figures de diffraction résultant d'un défaut de mise au point, en éclairage cohérent, pour un objet périodique.

Nous rappelons que le diagramme de défocalisation peut être calculé, dans le cas d'un objet périodique, par l'intermédiaire de la transformée de Fourier de l'objet, c'est-à-dire de la figure de diffraction au foyer image de l'objectif. Si a est la période de l'objet, un défaut de mise au point b se traduit par un retard de phase supplémentaire $\varphi = (2\pi/\lambda)\,(b\lambda^2/2a^2)\,n^2$ du maximum d'ordre n par rapport au maximum central. En particulier, si b varie de $2a^2/\lambda$, φ varie de $p.2\pi$ (p, nombre entier) pour les différents maximums, et rien n'est changé à la figure de diffraction, donc à l'image observée [10].

La figure 2 montre quelques « images » défocalisées de myéline en éclairage cohérent [11]. On voit apparaître des pseudo-structures qui varient avec le défaut de mise au point.

En particulier, pour une valeur de b qui varie, suivant l'objet, de 2 à 4 μ, on observe l'apparence d'une fréquence spatiale double de la fréquence réelle. Ce résultat s'interprète aisément si l'on peut admettre que la figure de diffraction à l'infini se réduit au maximum central et aux maximums d'ordre 1. Dans ce cas, la fréquence double correspond à la défocalisation pour laquelle les maximums d'ordre 1 présentent une différence de phase de $\pi/2$ par rapport au maximum central. Suivant la différence de phase existant déjà à la mise au point, c'est-à-dire suivant la structure de l'objet et son épaisseur, cet effet sera observé pour une valeur différente de b.

Nous rapprocherons de ces phénomènes ceux qui ont été décrits pour certains objets cristallins [12]; leur interprétation doit vraisemblablement reposer sur des hypothèses voisines.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) M. Taxi et Mlle N. Carasso ont bien voulu nous fournir ces coupes.

(2) Fert et Faget, *C. R. Congrès Intern. M. E.*, Berlin, 1958, p. 234 à 239. Pour les recherches présentées ici, l'appareil utilisé est un appareil commercial adapté.

(3) Pour mesurer cette épaisseur, on observe les franges lorsqu'elles franchissent le bord d'un trou présent dans l'objet au voisinage de la zone examinée. Le décrochement observé sur les franges permet le calcul de l'épaisseur électro-optique de l'objet. En admettant que le potentiel interne est voisin de celui mesuré sur le carbone, soit $\varphi_0 = 11$ V, on obtient l'épaisseur de l'objet dans les conditions de l'observation.

(4) Un autre montage, à lentilles électrostatiques, a été décrit par R. Buhl (*Z. Phys.*, 155, 1959, p. 395-442), mais dans cet appareil, le choix de la position du biprisme impose une focale élevée de l'objectif et une limite de résolution que Buhl évalue à 500 Å.

(5) Elles peuvent atteindre $\pi/2$ et davantage sur des objets cristallins; nous l'avons vérifié sur quelques lames de graphite clivé montrant des moirés à faible période.

(6) *Voir* par exemple A. Maréchal et M. Françon, *Diffraction, structure des images*, éd. *Revue d'Optique*, Paris, 1960.

(7) J. Faget, M. Fagot et Ch. Fert, *C. R. Congrès Européen de M. E.*, Delft, 1960, p. 18 à 24.

(8) P. Selme, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 1293. Quelques images ont été présentées aux Journées de la Société française de M. E. (Lyon, février 1961) par P. Lépine et O. Croissant.

(9) M. Fagot et Ch. Fert, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 94; *Voir* aussi M. Fagot, *Thèse spécialité*, Toulouse, 1960.

(10) Il s'agit ici d'un objet périodique de période *a*. Pour un objet à maille triangulaire, *voir* (9).

(11) H. Gansler et Th. Nemetschek avaient déjà présenté quelques résultats pour cet objet (*Z. Naturforsch.*, 136, 1958, p. 190-192).

(12) Y. Kamiya, M. Nonoyama et R. Uyeda, *J. Phys. Soc. Japan*, 14, 1959, p. 1334-1346.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *De la formation et de la structure des verres d'oxydes simples.* Note (*) de M. **Vittorio Garino-Canina**, présentée par M. Jean Wyart.

On développe un certain nombre de considérations sur la genèse et la structure des verres d'oxydes simples, en partant de l'idée d'une grande solubilité des défauts cationiques de type Frenkel.

Les structures des oxydes formateurs de verres sont généralement très ouvertes, souvent caractérisées par des assemblages d'« unités » MeO_4 (SiO_2, GeO_2, P_2O_5, etc.) ou MeO_3 (B_2O_3) reliées entre elles par leurs sommets. Les cations, petits et fortement chargés, sont bien entourés par les oxygènes. La géométrie de ces structures est favorable aux défauts de déplacement du type Frenkel ([1]) : le champ électrique local aux sites interstitiels est, d'autre part, en faveur d'une assez bonne stabilité pour les cations déplacés. On peut donc admettre que l'énergie E_f nécessaire à la formation d'une paire cation interstitiel-lacune est faible pour ce type de structures. La stabilité des cations aux places interstitielles est assez bonne et les énergies de liaison sont très grandes dans ces oxydes, ce sont deux raisons qui nous font prévoir, à la fois une faible énergie de formation et une énergie élevée pour leur déplacement, donc une mobilité faible. Les lacunes cationiques doivent être considérées elles aussi comme étant peu mobiles : déplacer une lacune d'une place A à une place B voisine c'est simplement transférer un cation du centre B d'une unité structurale (par exemple : un tétraède) au centre vide A d'une unité voisine. Ces transferts doivent s'effectuer avec difficulté en raison de la compétition qui existe entre les centres des tétraèdes, qui sont les places les plus stables réservées aux cations, et les sites interstitiels qui sont métastables mais offrent néanmoins une assez bonne stabilité pour les cations déplacés. Nous pouvons donc prévoir que, aux températures élevées, les oxydes que nous considérons seront caractérisés par de grandes concentrations en défauts cationiques du type Frenkel, ces défauts ayant une très faible aptitude à se déplacer dans le réseau. Ces mêmes considérations nous conduisent à prévoir des temps de relaxation importants : en d'autres termes, l'établissement de l'équilibre à partir d'une situation locale « anormale » ou d'un changement de température sera obtenu en des temps longs. La possibilité d'obtention de grandes concentrations de défauts cationiques peu mobiles de type Frenkel peut être considérée comme la condition de base pour qu'un oxyde puisse subir la fusion pâteuse et vitrifier lors du refroidissement. D'autres conditions qui ont été établies peuvent être déduites des idées précédentes; elles concernent la charge élevée et les petites dimensions des cations, le type de liaison qui doit être partiellement homo-

polaire et la structure ouverte, mais toutes ces conditions ne peuvent sûrement pas être considérées comme indépendantes.

Nous devons voir maintenant comment on peut décrire à partir de ces idées la phase vitreuse métastable qu'on obtient lors du refroidissement d'un de ces oxydes ([2]). Considérons à titre d'exemple la silice et essayons de décrire sa phase vitreuse comme le résultat du figeage d'un « liquide » cristobalitique fortement désordonné à cause des nombreux cations déplacés. Autour de chaque défaut ponctuel, le réseau sera déformé : les tétraèdes contenant une lacune de silicium seront dilatés, alors que les volumes interstitiels qui contiennent un silicium seront contractés en raison des liaisons qui s'établiront entre cet ion Si et les oxygènes environnants. D'autre part, les interactions coulombiennes entre les domaines anormalement chargés ainsi obtenus produiront une déformation supplémentaire du « réseau » imparfait.

Pour calculer le nombre de défauts, on peut chercher à utiliser les valeurs expérimentales des chaleurs de dissolution du verre SiO_2 et de la cristobalite ([3]) dont la différence nous fournit l'excédent d'énergie ΔU de la forme vitreuse par rapport à la forme cristallisée. On doit alors faire une hypothèse concernant l'énergie E_f de formation des défauts : nous poserons $E_f = 1$ eV. Admettons que l'excédent mesuré ΔU d'énergie (10 cal/g) soit dû entièrement à l'énergie potentielle des siliciums déplacés, nous aurons si n est le nombre de paires : $\Delta U = n E_f$. Nous pourrons déterminer la valeur de la concentration des défauts dont, évidemment, seul l'ordre de grandeur est à retenir. Le calcul donne $n = 5.10^{20}$ par millilitre. On aurait donc une quantité relative de siliciums déplacés de l'ordre du pour-cent. La distance moyenne entre défauts serait en ces conditions de l'ordre de 10^{-7} cm. On peut admettre que la déformation produite radialement autour de chaque défaut contribue sérieusement à rendre la matière « amorphe ». La structure de notre verre peut donc être décrite comme un « réseau » fortement imparfait et déformé en raison du nombre élevé de siliciums ayant quitté leurs places normales. Nous aboutissons ainsi à une structure assez voisine de celle imaginée par Zachariasen et Warren ([4]), ([5]).

Nous pouvons, d'autre part, supposer que, pour de fortes concentrations en défauts, le passage d'une distribution à une autre, qui se produit sans cesse, peut avoir lieu non seulement par diffusion des défauts ponctuels dans le réseau, mais par de petites translations et de faibles rotations de domaines les uns par rapport aux autres ([2]). Ce phénomène peut se produire si les contraintes locales provoquées par les interactions coulombiennes entre défauts chargés sont de l'ordre du dixième de la valeur du module de rigidité ([6]), ([7]) ($u = 3.10^{11}$ dynes/cm² pour SiO_2). Essayons de calculer des ordres de grandeur en utilisant un modèle schématique : les forces d'interaction varient en raison inverse du carré de la distance r entre les défauts : $F = (Ze)^2/Kr^2$ où Ze est la charge des défauts et K la constante diélectrique; on peut admettre que ces forces sont appliquées à des sur-

faces S qui deviennent de plus en plus petites au fur et à mesure que la distance r entre défauts diminue : nous poserons $S \simeq r^2$.

La contrainte locale sera $\sigma = F/S \simeq (Ze)^2/Kr^4$ et nous admettrons que la désorientation par glissements des domaines pourra se produire quand $\sigma \simeq u/30$. Si nous posons $Z = 4$ et $K = 4$ pour le cas de SiO_2, nous en déduisons une valeur de r de l'ordre de 10^{-7} cm. Une grande concentration de défauts très chargés et peu mobiles, peut rendre ce mécanisme probable. La structure de notre verre pourrait alors être décrite par un ensemble de domaines désorientés ayant des dimensions de l'ordre de 10^{-7} cm séparés par des régions assimilables à des défauts étendus du type « joint de grain ». Nous aboutissons ainsi à une structure « cristallitique » voisine de celle imaginée par Lebedev (8).

Suivant la nature de l'oxyde vitreux considéré, le désordre du type « random network » ou le désordre cristallitique peut prédominer. En tous cas, ils ne s'excluent pas l'un à l'autre et peuvent coexister.

B. Eckstein est arrivé, par une voie totalement indépendante, à des conclusions très voisines des nôtres (9).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) V. Garino-Canina, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 1807.
(2) V. Garino-Canina, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 3293.
(3) R. Wietzel, *Z. anorg. allgem. Chem.*, 1921, p. 71.
(4) W. H. Zachariasen, *J. Amer. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 3041.
(5) B. E. Warren, *J. Appl. Phys.*, 8, 1937, p. 654; 15, 1942, p. 602.
(6) A. H. Cottrell, *Dislocation and Plastic Flow in Crystals*, Oxford Press, 1956.
(7) J. Friedel, *Les dislocations*, Gauthier-Villars, 1956.
(8) A. H. Lebedev, *Bull. Acad. Sc. U. R. S. S.*, Sér. Phys., 4, 1940, p. 584.
(9) B. Eckstein, Communication personnelle (sous presse).

(*Centre de Recherches de Saint-Gobain, 52, boulevard de la Villette, Paris.*)

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Résonance paramagnétique dans les halogénures alcalins dopés au nitrate.* Note de MM. **Dirk Schoemaker** et **Étienne Boesman**, présentée par M. Jean Wyart.

Nous avons poursuivi l'étude de la résonance paramagnétique, à la température ambiante, d'halogénures alcalins (NaCl, KCl, KBr), obtenus à partir du sel fondu auquel une faible quantité du nitrate correspondant était ajoutée. Après irradiation aux rayons X nous avons trouvé dans l'ensemble des résonances indiquant la présence de six centres paramagnétiques. Ceux-ci ne se présentent toutefois pas tous dans chaque type de cristal. Tous sont caractérisés par un facteur g proche de 2, et leur étude est rendue malaisée par la superposition des lignes. Dans une Note antérieure [1] nous avons déjà proposé un modèle pour un de ces centres, caractérisé par $g = 2,0069$, $A = 13,7$ gauss. Nous basant sur des expériences avec des cristaux obtenus à partir de solutions dopées avec des ions NO_2^-, nous avons émis l'hypothèse que le centre paramagnétique était une molécule NO_2 dans un site négatif. Il semble qu'il y ait un rapport remarquable entre ce spectre isotrope et un second, qui est anisotrope. Ce dernier présente une symétrie orthorhombique.

Il n'apparaît que dans le KCl, aussi bien dans les cristaux obtenus à partir du sel fondu (dopé avec des nitrates ou avec des nitrites) que dans les cristaux obtenus à partir de solutions, contenant des ions NO_2^-. Les axes du tenseur g et du tenseur hyperfin, ainsi que les valeurs principales de ces tenseurs sont résumés dans le tableau I. Les valeurs entre parenthèses sont les valeurs trouvées par Jaccard [2], dans des cristaux soumis à un traitement différent; les autres sont celles que nous avons mesurées indépendamment. Dans les limites des erreurs expérimentales, on peut conclure qu'il s'agit du même spectre.

Tableau I.

Composantes de g et de A du spectre anisotrope dans le KCl.

	$z = 100$.	$x = 011$.	$y = 01\bar{1}$.
g	$2,0037 \pm 0,0003$	$2,0071 \pm 0,0005$	$2,0094 \pm 0,0005$
	$(2,0038 \pm 0,0002)$	$(2,0070 \pm 0,0004)$	$(2,0097 \pm 0,0004)$
A (gauss)	$29,6 \pm 0,5$	$7,8 \pm 0,5$	$5,6 \pm 0,5$
	$(30,9 \pm 0,2)$	$(7,0 \pm 0,3)$	$(5,0 \pm 0,3)$

Nous pensons que le spectre isotrope n'est pas fondamentalement différent du spectre anisotrope, et qu'il est, en fait, dû à la résonance de la molécule entre des positions équivalentes [3], ou, peut-être, à un effet de rotation [4], [5].

En effet, la moyenne des valeurs principales du tenseur g dans le spectre anisotrope est 2,0068, ce qui est précisément la valeur caractérisant le spectre isotrope.

En outre, il faut que la moyenne des valeurs principales du tenseur hyperfin soit égale au terme de contact C de Fermi, puisque la trace du tenseur d'interaction dipolaire est nulle.

Or, ici on ne connaît que les valeurs absolues de A_x, A_y, A_z; tout ce qu'on peut écrire est que

$$C = \frac{1}{3}(\varepsilon_x |A_x| + \varepsilon_y |A_y| + \varepsilon_z |A_z|), \tag{1}$$

où les ε sont égaux à ± 1.

Si l'on donne aux ε des valeurs ayant le même signe on trouve 14,3 gauss, ce qui est dans les limites des erreurs expérimentales la constante hyperfine du spectre isotrope.

Jaccard propose d'identifier le centre paramagnétique à une molécule de NO dans un site positif lié à un des voisins Cl^-. Cette hypothèse implique que le spectre isotrope serait dû à NO et non pas à NO_2 comme nous l'avons proposé ([1]). Nos expériences ne sont pourtant pas en contradiction avec l'hypothèse du NO si l'on accepte que l'ion NO_2^- se décompose à la suite de l'irradiation.

La valeur $|\psi(0)|^2 = 0{,}81.10^{24}\ \text{cm}^{-3}$ déduite de nos expériences s'accorde d'ailleurs bien avec la valeur $|\psi(0)|^2 = 0{,}85.10^{24}\ \text{cm}^{-3}$, déterminée par Doumanis ([6]) pour le NO. D'autre part la formule ([1]) ne peut pas donner la valeur $|\psi(0)|^2 = 6{,}3.10^{24}\ \text{cm}^{-3}$ trouvée dans le cas du NO_2 ([7]).

Néanmoins, l'étude des spectres infrarouges des cristaux irradiés montre qu'une bande d'absorption apparaît à 1620 cm^{-1} ce qui est précisément la valeur de la vibration de valence antisymétrique de NO_2, tandis qu'il n'y a aucune indication de NO dont la bande d'absorption est située à 1876 cm^{-1}.

Le fait qu'à la température ambiante, nous observons à la fois le spectre isotrope et anisotrope, rend invraisemblable l'hypothèse selon laquelle les deux centres seraient dans des sites identiques. Si l'on accepte que la largeur des raies est principalement déterminée par l'interaction dipolaire avec les noyaux des ions adjacents et leurs voisins immédiats, la largeur des raies du spectre isotrope suggère l'hypothèse que la molécule se trouve dans un site négatif.

Par contre le centre anisotrope proposé par Jaccard se trouverait dans un site positif.

([1]) D. Schœmaker et E. Bœsman, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2099.

([2]) C. Jaccard, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 5, 1960, p. 418.

([3]) J. S. Griffith, *The Theory of Transition Metal Ions*, Cambridge University Press, 1961, p. 345.

([4]) H. M. McConnell, *J. Chem. Phys.*, 25, 1956, p. 709.

([5]) S. I. Weissman, *J. Chem. Phys.*, 22, 1954, p. 1378.

([6]) G. C. Doumanis, *Phys. Rev.*, 97, 1955, p. 976.

([7]) G. R. Bird, J. C. Baird et R. B. Williams, *J. Chem. Phys.*, 28, 1958, p. 738.

(*Laboratorium voor Kristallografie en Studie van Vaste Stoffen, Rozier, 6, Gent.*)

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Décroissance d'un état métastable du protactinium* 233. Note (*) de MM. **Adrien Marchal** et **Pierre Yvon**, présentée par M. Francis Perrin.

On a vérifié que cette décroissance provient du niveau d'énergie 87 keV. Sa mesure a été refaite avec un convertisseur temps-amplitude. La valeur trouvée de $36,0 \pm 0,5.10^{-9}$ s est en accord avec les résultats précédents.

La décroissance α du ^{237}Np et les niveaux du ^{233}Pa ont été étudiées notamment par D. Engelhermer et L. B. Magnasson (1), (2) : la période de décroissance d'un état métastable du ^{233}Pa a été trouvée égale à $36,9 \pm 0,4.10^{-9}$. Le dispositif utilisé ne permettait pas de discriminer les énergies de γ par la sélection des hauteurs d'impulsions obtenues dans le détecteur.

— L'attribution du niveau 87 keV à l'état métastable résulte de considérations indirectes.

— Il a paru intéressant d'en effectuer la vérification en étudiant l'émission des γ passant par le niveau 87 keV.

Principe de la mesure. — Le dépôt de ^{237}Np est disposé entre deux détecteurs à scintillations. L'un détecte les α, l'autre les γ. On peut ainsi comparer les instants d'émissions des particules en corrélation.

— Le scintillateur α est un plastique d'une épaisseur de 1 mm.

— Le scintillateur γ est un cristal de NaI : permettant de choisir les γ d'après leur énergie et d'avoir un nombre de coïncidences fortuites minimales.

— La mesure de temps est faite par un convertisseur temps-amplitude. Cela permet une expérimentation plus aisée et plus automatique qu'un circuit à coïncidence rapide, mais enregistre plus de phénomènes fortuits.

— Le convertisseur ne pouvant être déclenché plus de 600 fois/s, il a été nécessaire d'utiliser pour ce déclenchement le phénomène le moins fréquent, c'est-à-dire la détection des γ, donc de mesurer le temps entre l'émission du γ et l'émission du α retardée artificiellement de 0,350 μs.

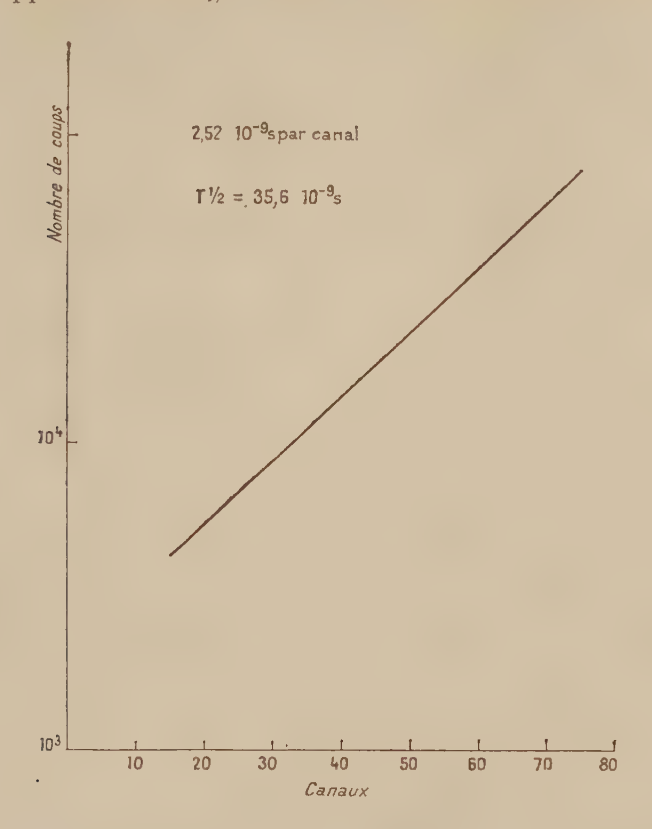
— Des circuits supplémentaires classiques partant de chaque photomultiplicateur permettraient de discriminer, d'une part le pic photoélectrique centré sur 87 keV, d'autre part les α par rapport au bruit de fond.

Résultats. — L'examen de l'instant d'émission des γ choisis dans divers bandes d'énergies a permis de vérifier qu'au-dessus de 100 keV il n'existe que des γ instantanés.

L'intervention de la résolution devient négligeable après un temps sensiblement égal à deux périodes.

La courbe de la figure représente non pas la probabilité pour qu'un γ soit émis dans l'intervalle de temps défini par un canal du sélecteur, mais

la probabilité calculée à partir des résultats expérimentaux pour qu'une particule soit émise à un instant postérieur à t (l'intégration qui permet de passer de l'une à l'autre définition réduit les écarts statistiques relatifs dans un rapport de 3 ou 4).



La valeur de la période de décroissance du niveau 87 keV du ^{233}Pa résultant de trois mesures est

$$36,0 \pm 0,5.10^{-9}\ \text{s}.$$

(*) Séance du 17 avril 1961.

(¹) D. Engelhermer et L. B. Magnasson, *Phys. Rev.*, 94, nº 5, (1954).

(²) D. Engelhermer et L. B. Magnasson, *Phys. Rev.*, 100, nº 4, (1955).

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Réactions d'émission d'hélium 3 provoquées par des particules α de 43 MeV sur des isotopes de fer, de nickel et de cuivre.* Note (*) de MM. **Jean Saudinos, René Beurtey, Philippe Catillon, Robert Chaminade,** Mlle **Monique Crut,** Mme **Henriette Faraggi,** MM. **André Papineau** et **Jacques Thirion**, présentée par M. Francis Perrin.

Un certain nombre de réactions $^{A}X(\alpha, {}^{3}He)^{A+1}X$ ont été étudiées. On constate l'excitation de certains niveaux ou groupes de niveaux dans les noyaux résiduels. Les distributions angulaires des ^{3}He dans le cas de $^{56}Fe(\alpha, {}^{3}He)^{57}Fe$ sont fortement dirigées vers l'avant.

Au cours d'une étude des diffusions inélastiques (α, α') sur le nickel, nous avions constaté l'émission des groupes de ^{3}He d'énergies bien définies, identifiés par analyse magnétique [1]. Utilisant ce dernier dispositif [2] nous avons recherché les niveaux préférentiellement excités dans les réactions $(\alpha, {}^{3}He)$ provoquées par les particules α de 43 MeV du cyclotron de Saclay sur les noyaux suivants : ^{56}Fe, ^{57}Fe, ^{58}Ni, ^{60}Ni, ^{64}Ni, ^{63}Cu, ^{65}Cu. Des spectres typiques sont présentés sur la figure 1.

Les noyaux cibles pairs en neutrons pour lesquels le nombre de neutrons est inférieur ou égal à 32 (^{56}Fe, ^{58}Ni, ^{60}Ni) ont des comportements très voisins : les énergies des groupes observés correspondent respectivement à l'état fondamental du résiduel, à un groupe de niveaux vers 2 MeV d'excitation et à un groupe moins fortement excité vers 3 MeV. Au contraire, ceux pour lesquels $N > 32$ (^{64}Ni, ^{63}Cu, ^{65}Cu) présentent un groupe faible correspondant au fondamental du résiduel et un groupe fortement excité vers 1 MeV. Pour le ^{57}Fe (impair en neutrons), les niveaux mis en évidence dans le résiduel correspondent sensiblement à ceux observés dans la réaction $^{57}Fe(d, p)^{58}Fe$ [3]. La figure 2 résume l'ensemble des groupes observés.

Dans le cas de $^{56}Fe(\alpha, {}^{3}He)^{57}Fe$ les distributions angulaires des trois groupes ont été étudiées entre 0 et 38° c. m. (*fig.* 3).

On constate essentiellement une forte prédominance vers l'avant et l'absence de maximums secondaires. Ces particularités jointes au fait que les réactions $(\alpha, {}^{3}He)$ ont un Q très fortement négatif (de l'ordre de 13 MeV) ne permettent pas d'ajuster de façon satisfaisante des courbes théoriques de la forme générale $|j_1(qR)|^2$ aux points expérimentaux, à moins d'adopter des valeurs inacceptables pour les rayons d'interaction. Il semble que les réactions $^{64}Zn(\alpha, {}^{3}He)^{65}Zn$ présentent un comportement analogue [4] tandis que les distributions angulaires des réactions (α, t), elles, présentent des oscillations appréciables [5]. Une formulation moins grossière des phénomènes d'interaction directe sera sans doute nécessaire pour rendre compte des distributions angulaires observées.

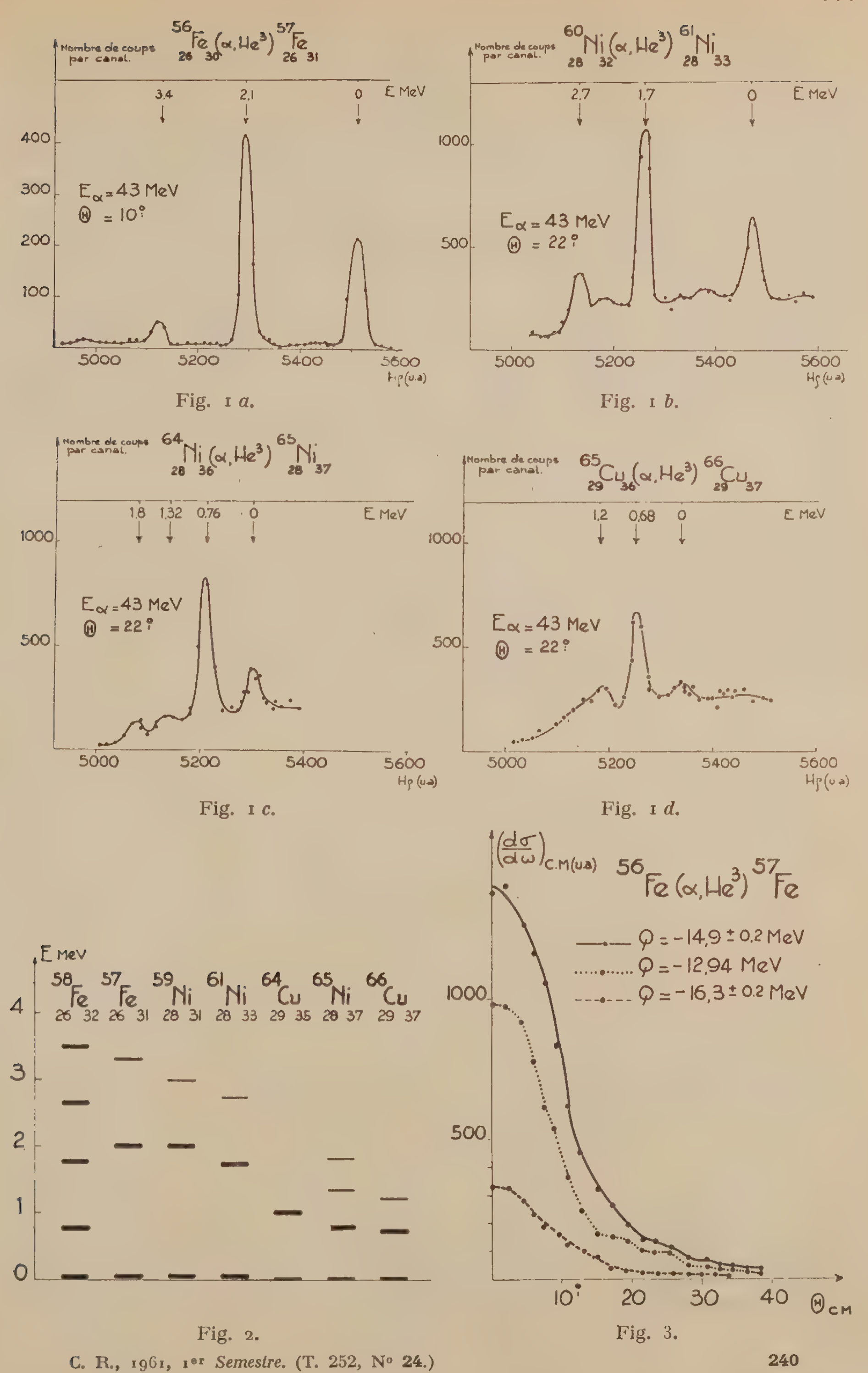


Fig. 1 *a*.

Fig. 1 *b*.

Fig. 1 *c*.

Fig. 1 *d*.

Fig. 2.

Fig. 3.

Il devrait exister une certaine analogie entre les groupes observés par (α, ^{3}He) et ceux observés par (d, p) dans les mêmes domaines d'énergie et avec les mêmes conditions de résolution (« Gross structure »). Si l'on admet les interprétations de Schiffer et al. pour les réactions (d, p) ([6]), les groupes observés pour $N \leqq 32$ correspondraient respectivement à la capture d'un neutron dans l'état $p^{3/2}$ au voisinage du fondamental et dans l'état $p^{1/2}$ vers 2 MeV, l'état $g^{9/2}$ vers 1,5 MeV n'étant que peu ou pas excité ici. Par contre, pour $N > 32$ la capture dans l'état $p^{1/2}$ (fondamental) est faiblement observée, tandis que l'état admis par Schiffer et al. comme $g^{9/2}$, vers 1 MeV, se trouve fortement excité par (α, ^{3}He). Le changement brusque d'allure des spectres au-delà de $N = 32$ s'explique par le remplissage des niveaux ($p^{3/2}$). Il resterait à expliquer pourquoi la capture d'un neutron dans l'état $p^{1/2}$ est beaucoup moins probable pour $N > 32$ que pour $N \leqq 32$ alors que la capture en $g^{9/2}$, peu probable pour $N \leqq 32$ devient importante pour $N > 32$.

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) R. Beurtey, P. Catillon, R. Chaminade, M. Crut, H. Faraggi, A. Papineau, J. Saudinos et J. Thirion, *J. Phys. Rad.*, 21, 1960, p. 399.

(2) R. Chaminade, M. Cros, A. Papineau et J. Saudinos, *Nucl. Inst.* (sous presse).

(3) C. E. Mac Farland et al., *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 3, 1955, p. TA 6.

(4) T. H. Braid et al., *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 6, 1961, p. 272, NA 3.

(5) J. L. Yntema, *Phys. Rev. Lett.*, 4, 1960, p. 297.

(6) J. P. Schiffer et al., *Phys. Rev.*, 115, 1959, p. 427.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la conductibilité du proton en solution aqueuse.* Note (*) de M. **Georges Perrault**, présentée par M. Louis de Broglie.

On introduit une énergie d'activation propre à chaque ion et l'on déduit les variations de la conductibilité avec la température. En appliquant les résultats à l'eau pure, on est amené à supposer que le proton participe à la conductibilité sous forme nucléaire.

En considérant la conductibilité ionique dans les liquides dans le cadre de l'hydrodynamique et en appliquant à une particule chargée, circulant sous l'action d'un champ électrique alternatif, l'équation générale de la dynamique, la conductibilité d'une assemblée de particules identiques est

$$\lambda = \frac{e^2 Z^2}{6\pi\eta r} C^* E_r g\left(\frac{3\eta r}{m\nu}\right).$$

La fonction g est au plus égale à l'unité et ses variations ne doivent être considérées que pour les très hautes fréquences (10^{10} Hz). E_r provient de l'interaction entre la particule et les charges qui se trouvent au voisinage et peut être calculé dans certains cas grâce à la théorie de Debye-Hückel [1], [2]. C^* est la concentration en particules participant effectivement à la conductibilité et est relié à la concentration réelle par

$$C^* = C e^{-\frac{E}{kT}},$$

E est une énergie d'activation, prélevée sur l'énergie électrique emmagasinée par le diélectrique, nécessaire pour amener la particule à un état énergétique tel qu'elle puisse participer à la conduction. Pour une assemblée de particules chargées de différents types i nous aurons

(1) $$\lambda = \sum_i \lambda_i = \frac{e^2}{6\pi\eta} \sum_i \frac{Z_i^2 C_i e^{-\frac{E_i}{kT}} (E_r)_i\, g\left(\frac{3\eta r_i}{m_i \nu}\right)}{r_i}.$$

Nous avons déjà introduit [4] une conductibilité « moyenne » par couple de charges ne faisant jouer à aucun des constituants le rôle particulier du solvant

$$f = \frac{\lambda}{C_+}, \qquad \text{avec} \quad C_+ = \frac{1}{2} \sum_i C_i.$$

Entre cette conductibilité moyenne et la conductibilité équivalente, nous avons, pour un seul électrolyte en solution et des ions provenant uniquement de la dissociation de celle-ci :

$$\Lambda = 10^3 \alpha f$$

(α est le degré de dissociation de l'électrolyte). Nous aurons alors l'expression de la conductibilité moyenne limite :

$$f_0 = \frac{e^2 Z^2}{6\pi\eta r} e^{-\frac{E}{kT}}.$$

La relation (1) permet le calcul de la variation de la conductibilité avec la température et nous obtenons pour l'énergie d'activation de conductibilité [3] :

$$E_\lambda = k \frac{d \operatorname{Log} \lambda}{d\left(\frac{1}{T}\right)} = k \frac{d}{d\left(\frac{1}{T}\right)} \operatorname{Log} \frac{\sum_i Z_i^2 C_i e^{-\frac{E_i}{kT}} (E_r)_i g_i}{\eta}.$$

Dans les cas où la théorie de Debye-Hückel s'applique [2] et pour des fréquences acoustiques (afin de ne pas faire intervenir l'effet Sack) nous aurons $C_i = C_+$. D'autre part, on vérifie que le terme

$$\frac{d}{d\left(\frac{1}{T}\right)} \operatorname{Log} (E_r)_i$$

est négligeable devant les autres termes. Si k_d est la constante de dissociation de l'électrolyte, nous avons

$$\log k_d = -\frac{\Delta G}{kT}.$$

Comme la viscosité s'écrit [8] :

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{E_\eta}{kT}},$$

nous obtiendrons

$$(2) \qquad E_\lambda = \frac{1}{2} \Delta G - E_\eta + \sum_i \frac{f_i E_i}{\sum_i f_i}.$$

Si nous considérons le cas de l'eau pure, les conductibilités équivalentes limites des ions OH^- et H^+ à 25°C donnent les rayons de Stokes :

$$r_{H^+} = 0{,}38 \text{ Å}, \qquad r_{OH^-} + 0{,}66 \text{ Å}.$$

Pour l'ion hydroxyle r_{OH^-} est voisin de la valeur attendue par des considérations géométriques. Par contre, r_{H^+} ne peut être relié au schéma géométrique du proton solvaté par 4 mol d'eau [1]. On est donc amené à considérer que seul le proton possède une énergie d'activation appréciable. Dans ces conditions l'expression (2) devient

$$(3) \qquad E_\lambda = \frac{1}{2} \Delta G - E_\eta + \frac{f_{OH^+} E_{H^+}}{f}$$

Connaissant les propriétés physiques de l'eau pure : conductibilité, viscosité, produit ionique, conductibilité équivalente limite ([5]), ([6]), ([7]), on peut déterminer les grandeurs intervenant dans la relation (3) et nous obtenons

$$E_{H^+} = 0{,}260 \text{ eV}, \qquad r_{H^+} = 1{,}55.10^{-5} \text{ Å}.$$

Le rayon r_{H^+} a une valeur proche de celle donnée habituellement pour le rayon du noyau de l'atome d'hydrogène. On peut donc supposer que le proton participe à la conductibilité sous une forme nucléaire. L'énergie d'activation pouvant alors être considérée comme l'énergie de désolvatation du proton.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) J. O'M. Bockris, *Modern aspect of electrochemistry*, n° 2, Londres, 1959.
([2]) R. M. Fuoss et F. Accascina, *Electrolytic conductance*, New-York, 1959.
([3]) I. Frenkel, *Kinetic theory of liquids*, Oxford, 1946.
([4]) G. Perrault et J. Brenet, *Electrochemica Acta* (sous presse).
([5]) F. Kohlrausch et Ad. Heydweiller, *Z. Phys. Chem.*, 14, 1894, p. 317.
([6]) R. H. Robinson et R. M. Stokes, *Electrolytes solutions*, Londres, 1955.
([7]) E. C. Bingham, G. F. White, Ad. Thomas et J. L. Cadwell, *Z. Phys. Chem.*, 83, 1913, p. 647.
([8]) I. Frenkel, *Z. Physik*, 35, 1926, p. 352.

(*Laboratoire de Chimie physique du Corps solide et Électrochimie, Faculté des Sciences, Strasbourg.*)

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réactivités comparées des sels quaternaires hétérocycliques α ou γ méthylés par l'étude cinétique de la formation de colorants styryliques.* Note (*) de MM. **Pierre Mastagli** ([1]), **Henri Larivé** ([2]) et **Pierre Étevenon** ([1]), présentée par M. Paul Pascal.

La condensation du paradiméthylaminobenzaldéhyde avec les sels quaternaires de différents hétérocycles à groupe méthyle réactif conduisant aux dérivés styryliques, est une réaction du second ordre. La mesure des constantes de vitesse a permis de comparer la réactivité des groupes méthyle, qui est fonction de la réactivité de l'hétérocycle et de celle de l'anion.

La condensation des aldéhydes avec les sels quaternaires des bases hétérocycliques est connue depuis longtemps ([3]). Deux théories furent proposées. L'une par Mills et Raper ([4]), qui faisait intervenir selon le mécanisme (I) des « bases méthylènes » (*b*) et des formes alléniques (*c*), en opérant en présence de pipéridine ($\ddot{B}$). Par la suite cette hypothèse fut critiquée ([3]) et sera prochainement réfutée dans une publication ultérieure par l'un d'entre nous (H. Larivé). L'autre théorie supposait une addition suivie de déshydratation ([5]). Dans cette perspective, la réaction (II) peut être considérée actuellement comme une aldolisation suivie de crotonisation, pouvant s'effectuer dans n'importe quel milieu neutre, basique ([6]) ou acide ([7]). Parfois les carbinols intermédiaires (C) ont été isolés ([3]), ([6]), ([7]).

(I)
−($\ddot{B}$, XH) / +$\ddot{B}$; =CH_2 ; N–CH_3 (b) ; + Ar–CHO → =C=CH–Ar + H_2O ; N–CH_3 (c) ; +($\ddot{B}$, XH)
N^+–CH_3 ; X^- ; CH_3 ; + O=C(H)–Ar ⇌ N^+–HC(H)–CH(OH)–Ar ; X^- ; CH_3 (C) → −(H_2O) → N^+–HC=CH–Ar ; X^- ; CH_3
(II)

Brooker ([8]) se servant d'une méthode spectrophotométrique dite de la déviation, qui s'appuie sur la mesure de l'écart entre le maximum d'absorption théorique et le maximum d'absorption réel des différents colorants obtenus, a proposé un classement selon la « basicité » de ces hétérocycles quaternisés. Par une méthode différente, nous sommes arrivés à un classement analogue.

Étant donné qu'on peut faire varier toute une gamme de facteurs influençant la réaction lors d'une étude cinétique, nous ne nous sommes attachés ici qu'à l'influence du cation hétérocyclique et de l'anion du sel quaternaire. En supposant l'étape bimoléculaire de l'aldolisation comme

la plus lente, nous avons vérifié que la condensation était bien du second ordre, par l'obtention de droites *kt* en fonction du temps de réaction *t*, avec

$$k=\left(\frac{1}{\alpha-x}-\frac{1}{\alpha}\right)\frac{1}{t} \quad (^{3}).$$

La constante de vitesse *k* se calcule à partir de la proportion *x* de colorant formé dans le temps. Des prélèvements effectués à intervalles réguliers dont on mesure les densités optiques au spectrophotomètre Beckmann, pour la longueur d'onde d'absorption maximale dans le visible du colorant styrylique témoin, permettent d'obtenir *x* par des dosages colorimétriques possibles lorsque les densités optiques sont inférieures à 1, le colorant suivant alors la loi de Beer.

Avec une concentration initiale $\alpha = 10^{-2}$ moles de réactifs par litre d'éthanol de qualité R. P., en opérant à la température de 50°C, nous avons obtenu un premier classement selon les réactivités des paratoluène-sulfonates de sept hétérocycles différents.

Classement	→	→
Cation hétérocyclique	Méthyl-2-benzoxazolium.	Méthyl-2-benzothiazolium.	Méthyl-2-naphtothiazolium.
$k.10^4$ ($mn^{-1}.mole^{-1}.l$).	80	64	13,3

Méthyl-4-quinoléinium.	Méthyl-2-quinoléinium.	Phényl-5-méthyl-2-thiazolium.	Diméthyl-2.3-benzimidazolium.
2,8	2,3	1,7	0

Dans les mêmes conditions nous avons obtenu un deuxième classement selon les réactivités de différents sels quaternaires du méthyl-2-benzothiazolium.

Anion du sel quaternaire.	Méthylsulfate →	Chlorure →	Tosylate →	Bromure →	Iodure.
$k.10^4$	75	73,4	64	53,4	43,5

Ce classement est en accord avec l'efficacité décroissante des halogènes donneurs d'électrons par effet mésomère :

$$(-\ddot{F}) > -\ddot{C}l > -\ddot{B}r > -\ddot{I}.$$

En conclusion nous avons montré que la condensation qui mène aux colorants styryliques est une réaction du second ordre; elle permet de comparer la réactivité d'hétérocycles quaternisés possédant un méthyle réactif, selon le cation hétérocyclique comme selon l'anion du sel quaternaire. L'étude cinétique en cours permettra de préciser le mécanisme et l'influence des divers paramètres de la réaction.

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) Laboratoire de Chimie organique de l'Institut Catholique, Paris.

(2) Laboratoires de Recherches, Société Kodak-Pathé, Vincennes.

(3) *The Chemistry of Heterocyclic Compounds, Pyridine*, Part II, A. Weissberger, Interscience, 1961, p. 24-25, 41, 192-193 et 200-203.

(4) W. H. Mills et R. Raper, *J. Chem. Soc.*, 127, 1925, p. 2466.

(5) B. D. Shaw et E. A. Wagstaff, *J. Chem. Soc.*, 136, 1933, p. 77.

(6) A. P. Phillips et J. G. Murphy, *J. Org. Chem.*, 16, 1951, p. 954.

(7) J. Staněk et M. Horák, *Coll. Czechoslovak Chem. Communications*, 15, 1951, p. 1037; J. Staněk, Hebký et Zvěřina, *Chemické Listy*, 46, 1952, p. 735; *Chem. Abstracts.*, 47, 1953, p. 10378.

(8) L. G. S. Brooker et coll., *J. Amer. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 1875.

(9) *Technique of Organic Chemistry*, 8, 2e éd., A. Weissberger, p. 60-186.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude magnétooptique de la liaison bore-oxygène dans les esters orthoboriques.* Note (*) de M. **Jean-Pierre Laurent**, présentée par M. Paul Pascal.

Poursuivant l'étude magnétooptique des composés du bore [1], [2], nous avons envisagé le cas d'un certain nombre d'esters de l'acide orthoborique appartenant aux types

$B(OR)_3$ avec $R = CH_3$, C_2H_5, n-C_3H_7, i-C_3H_7, n-C_4H_9, n-C_5H_{11}, i-C_5H_{11}, n-C_6H_{13}, C_6H_{11}, (cyclohexyle) et C_3H_5 (allyle).

(I)

$(H_2C{-}O)_2B{-}OR$ avec $R = n$-C_3H_7, n-C_4H_9, n-C_5H_{11}, i-C_5H_{11}, n-C_6H_{13}, C_6H_{11}.

(II)

Notons ici que les esters $(H_2C{-}O)_2BO$ i-C_5H_{11} et $(H_2C{-}O)_2BO$ n-C_6H_{13} n'ont fait à notre connaissance, l'objet d'aucune description dans la littérature et que nous avons déterminé un certain nombre de constantes physiques non mentionnées précédemment.

L'ensemble des résultats obtenus se trouve consigné dans le tableau ci-dessous :

N°	R.	É (°C/mm).	d_4^{20}.	n_D^{20}.	B % calculé.	B % trouvé.	$[\rho]_M$.
			$B(OR)_3$.				
1	CH_3	68	0,9311	1,3585	10,41	10,34	329
2	C_2H_5	117	0,8638	1,3739	7,41	7,38	543
3	n-C_3H_7	175 ; 77/24	0,8584	1,3957	5,75	5,68	776
4	i-C_3H_7	140	0,8186	1,3775	5,75	5,59	833
5	n-C_4H_9	123/20 ; 116/15	0,8583	1,4096	4,70	4,72	1000
6	n-C_5H_{11}	151/17	0,8577	1,4204	3,97	4,03	1227
7	i-C_5H_{11}	143/21	0,8509	1,4160	3,97	3,93	1262
8	n-C_6H_{13}	185/ 6	0,8551	1,4263	3,44	3,41	1444
9	C_6H_{11}	205/18	$0,946_7$ (*)	–	3,51	3,53	1255 (*)
10	C_3H_5	75/14	0,9205	1,4286	5,94	5,88	982
			$(H_2C{-}O)_2B(OR)$.				
11	n-C_3H_7	75/16	0,9518	1,4022	8,32	8,22	471
12	n-C_4H_9	190 ; 105/13	1,0056	1,4285	7,51	7,45	541
13	n-C_5H_{11}	110/17	0,9971	1,4348	6,84	6,80	616
14	i-C_5H_{11}	106/15	0,9796	1,4331	6,84	6,91	641
15	n-C_6H_{13}	125/13	$0,980_3$ (**)	$1,436_0$ (**)	6,28	6,08	689 (**)
16	C_6H_{11}	120/10	$1,060_2$ (*)	–	6,36	6,27	610 (*)

(*) Mesures effectuées à 70°C.
(**) Mesures effectuées à 40°C.

Les borates du type (I), à l'exception de $(CH_3O)_3B$, $(C_2H_5O)_3B$ et $(i\text{-}C_3H_7O)_3B$, ont été préparés par la méthode de L. H. Thomas [3], c'est-à-dire par estérification de l'alcool correspondant, préalablement purifié avec le plus grand soin, par l'acide borique. L'eau formée en cours d'opération est éliminée de façon continue par distillation de son azéotrope avec le benzène. Le rendement est toujours supérieur à 80 %. D'une façon tout à fait analogue nous avons obtenu les esters mixtes d'éthylène glycol et d'alcool en chauffant à reflux un mélange équimoléculaire de glycol, d'alcool et d'acide borique en solution dans le benzène.

Cette méthode ne permet pas d'obtenir le borate de méthyle par suite de l'existence d'un azéotrope borate-alcool, dans ce cas nous avons utilisé la méthode de Schlesinger et coll. [4]. Le borate d'éthyle a été préparé par transestérification de l'ester méthylique [5], le borate d'isopropyle par la méthode de Kuskov et Zhukova [5].

Les divers esters ont été obtenus dans un état de pureté satisfaisant par distillation fractionnée des produits bruts à l'aide d'une colonne à douze plateaux. La teneur en bore a été déterminée par dosage volumétrique de l'acide borique après hydrolyse. Dans tous les cas l'absence de réaction entre l'ester et le sodium nous a assuré de l'absence d'alcool dans les échantillons. Chaque fois que la comparaison a été possible, nous avons constaté un bon accord entre les valeurs des constantes physiques données dans la littérature [6], [7] et nos propres déterminations.

Les composés du type (I) sont liquides à la température ambiante sauf le borate de cyclohexyle qui est cristallisé (F 53°C). Les composés du type (II) sont des liquides incolores dont la viscosité s'accroît avec la longueur de la chaîne carbonée, le borate mixte de cyclohexyle ayant l'aspect d'une résine transparente.

L'examen des valeurs obtenues pour la rotation magnétique moléculaire des borates contenant un groupement alkyle non ramifié (composés nos 1, 2, 3, 5, 6, 8 et 11, 12, 13, 16) montre que la différence entre deux termes consécutifs est pratiquement constante et égale à 225 μr pour les composés du type (I) et à 73 μr pour les composés du type (II). Ces deux valeurs représentant respectivement la contribution de trois et d'un groupement $—CH_2—$ sont en accord avec la valeur observée pour la contribution d'un tel maillon dans la série des alcanes linéaires par exemple [8] soit 73,1 μr.

Il est légitime dans ces conditions d'utiliser ces composés pour calculer la rotation propre de la liaison B—O. En considérant que ces esters ont respectivement les structures simples $RO—B\langle^{OR}_{OR}$ et $RO—B\langle^{O—CH_2}_{O—CH_2}$ (avec liaison $CH_2—CH_2$)

et en utilisant les modules

$$\rho_{C.C} = 18{,}5\ \mu r, \qquad \rho_{C.H} = 27{,}2\ \mu r, \qquad \rho_{C.O} = 13{,}9\ \mu r \quad [8]$$

on trouve en moyenne par différence $\rho_{B-O} = +\ 17\ \mu r$.

Le symbole ρ_{B-O} désigne la rotation du doublet électronique de liaison mais aussi des termes constants qui sont le tiers de la rotation des électrons K du bore et la moitié de l'effet dû aux électrons K de l'oxygène et aux quatre électrons de valence restés libres sur cet atome. Bien que la constante intervenant dans la rotation de la liaison B ← O précédemment étudiée [2] ne soit pas exactement la même, on peut cependant constater que ces deux liaisons sont essentiellement différentes : la valeur positive que nous sommes amenés à attribuer à la liaison B—O s'écarte en effet beaucoup de la valeur négative — 355 μr qui correspond à la liaison « semi-polaire » B ← O.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) F. Gallais et J. P. Laurent, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1636.

(2) J. P. Laurent et F. Gallais, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2912.

(3) L. H. Thomas, *J. Chem. Soc.*, 1946, p. 820.

(4) H. I. Schlesinger, H. C. Brown, D. L. Mayfield et J. R. Gilbreath, *J. Amer. Chem. Soc.*, 75, 1953, p. 213.

(5) V. K. Kuskov et V. A. Zhukova, *Doklady Akad. Nauk. S. S. S. R.*, 1956, p. 743 (traduction anglaise).

(6) M. F. Lappert, *Chem. Rev.*, 1956, p. 961.

(7) J. A. Blau, W. Gerrard et M. F. Lappert, *J. Chem. Soc.*, 1957, p. 4116.

(8) F. Gallais et D. Voigt, *Bull. Soc. Chim.*, 1960, p. 70.

(*Laboratoire de Chimie générale et minérale*, 38, *rue des* 36-*Ponts*, *Toulouse*.)

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la décomposition eutectoïde de* $AgSbTe_2$. Note (*) de MM. **Georges Offergeld, Jean-Marie Gilles, Henri Hatwell** et **Jean Van Cakenberghe**, présentée par M. Georges Chaudron.

Le tellurure d'antimoine et d'argent $AgSbTe_2$ dont l'existence a été signalée par Wernick, Geller et Benson [1] a retenu l'attention de plusieurs laboratoires en raison de ses propriétés thermoélectriques.

Au cours de l'étude des propriétés électriques du composé en fonction de la température (entre l'ambiante et 200°C) il nous est apparu que le traitement thermique provoquait des variations des constantes physiques. Ceci faisait douter de la stabilité du composé à basse température.

La décomposition du produit a été ensuite confirmée par les rayons X et par la micrographie. C'est ainsi que si l'on compare (*fig.* 1) sous le microscope deux échantillons de $AgSbTe_2$, l'un ayant été trempé quelques degrés en dessous du point de fusion, et l'autre recuit 15 jours à 300°C après trempe dans les mêmes conditions, il ressort nettement que l'alliage recuit a subi une importante modification de structure. Nous verrons plus loin qu'il s'agit d'une décomposition eutectoïde. L'un de nous a rapporté cette observation au cours d'une discussion au Congrès de Prague [2], soulignant que tous les résultats publiés dans la littérature sur les propriétés électriques du produit sont sujets à caution puisque le produit est instable à la température ordinaire. Nous avons étendu nos observations à une série d'alliages dont les compositions étaient situées sur la coupe quasi binaire Ag_2Te-Sb_2Te_3 du diagramme ternaire Ag-Te-Sb.

Nos résultats expérimentaux, diffraction des rayons X et analyses thermiques sont exposés dans le tableau I et dans la figure 2.

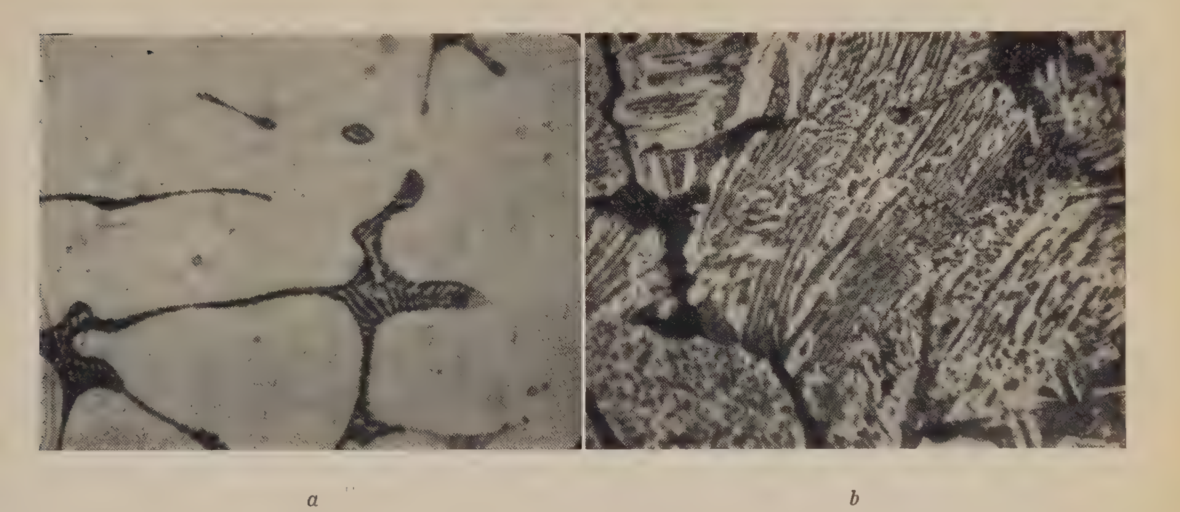
Le diagramme de phase tel que nous le proposons dans la figure 2 appelle les remarques suivantes :

1° La phase intermédiaire $AgSbTe_2$ se forme par réaction péritectique à 565°C et non par fusion congruente comme le supposaient Wolfe, Wernick et Haszko [3].

2° Le domaine d'existence de la phase intermédiaire $AgSbTe_2$ a été établi à partir des données de diffraction des rayons X. A 520°C il s'étend de 43 mole % Ag_2Te à environ 55 mole %. Pour raccorder le point expérimental de 43 mole % au point péritectique il est nécessaire d'admettre une solubilité rétrograde de Sb_2Te_3 dans $AgSbTe_2$.

3° La droite isotherme à 360°C établie par analyse thermique différentielle de haute sensibilité, après les rayons X et la micrographie, apporte une preuve décisive de l'existence de la décomposition eutectoïde.

Pour les vitesses de chauffage et de refroidissement pratiquées en analyse thermique (2 à 7°/mn) une très petite fraction du composé $AgSbTe_2$ peut se transformer. De ce fait, l'effet thermique associé à la réaction eutectoïde est particulièrement faible, et il ne peut être enregistré que moyennant



a *b*

Fig. 1. — Échantillons de $AgSbTe_2$ attaqué par un mélange de HCl + H_2O_2 à 2 % (G × 1 000).

a. trempé depuis 540°C : $AgSbTe_2$ + eutectique;

b. trempé depuis 540°C et recuit 15 jours à 300°C : décomposition eutectoïde de la phase $AgSbTe_2$.

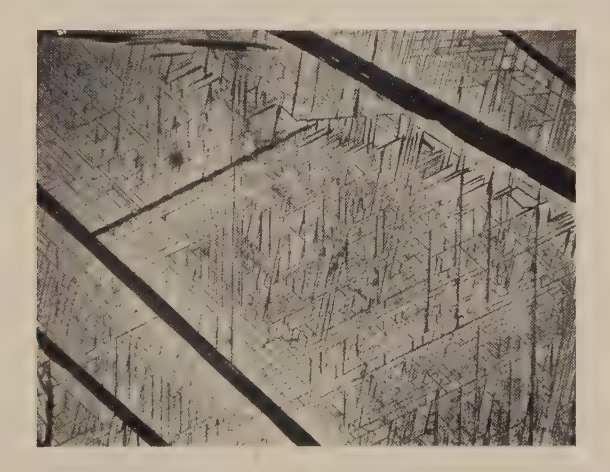


Fig. 3. — Alliage Ag_2Te-Sb_2Te_3 à 30 mole % Ag_2Te.
Les grandes plaques fortement attaquées sont du Sb_2Te_3.
La nature des plaquettes cristallographiquement orientées n'est pas établie avec certitude (G × 500).

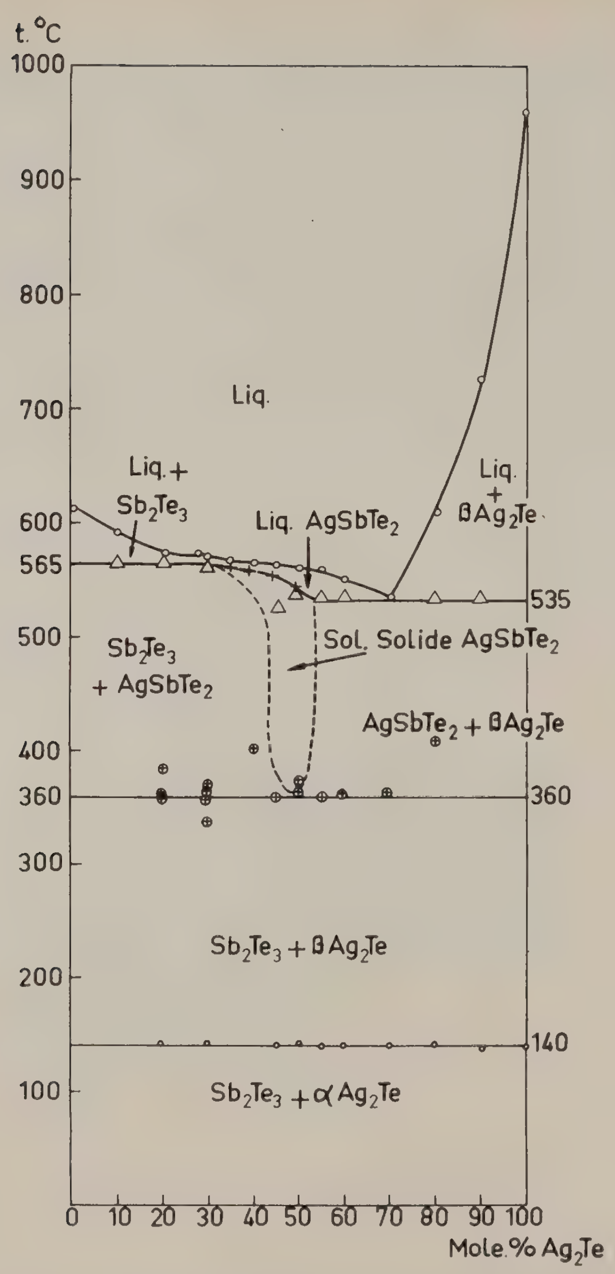


Fig. 2. — Diagramme du système Ag_2Te-Sb_2Te_3 déterminé à partir des résultats expérimentaux de l'analyse thermique.

une amplification considérable de la tension différentielle des thermocouples qui est de l'ordre du microvolt. Le montage expérimental utilisé a été décrit ailleurs ([4]).

4° Ag_2Te existant sous deux formes cristallines α et β ([5]), la transition $\alpha \rightleftharpoons \beta$ à 140°C, facilement accessible à l'analyse thermique, permet de détecter avec certitude la présence de Ag_2Te dans les alliages.

TABLEAU I.

Phases déterminées à l'aide des diagrammes de diffraction de rayons X.

Un nombre inscrit entre parenthèses représente le rapport de l'intensité de la raie de diffraction principale d'une phase dans un mélange sur l'intensité de la raie principale de la phase pure.

Composition en mole % Ag_2Te.	Produit trempé depuis le liquide.	Produit recuit 6 jours à 520°C.	Produit recuit 15 jours à 375°C.	Produit recuit 15 jours à 300°C.
0...	Sb_2Te_3	–	–	–
10...	Sb_2Te_3 (0,4) + $AgSbTe_2$ (0,2)	–	–	–
20...	Sb_2Te_3 (0,3) + $AgSbTe_2$ (0,4)	–	–	–
30...	Sb_2Te_3 (0,25) + $AgSbTe_2$ (0,5)	$AgSbTe_2$ (0,4) + Sb_2Te_3 (0,2) + 2 raies de faible intensité (*) non identifiées	–	Sb_2Te_3 (0,8) + 2 raies de faible intensité non identifiées
35...	–	$AgSbTe_2$ (0,4) + Sb_2Te_3 (0,2) + 2 raies de faible intensité non identifiées	–	Sb_2Te_3 (0,6) + 2 raies de faible intensité non identifiées
40...	$AgSbTe_2$ (0,8)	$AgSbTe_2$ (0,7) + Sb_2Te_3 (0,05)	$AgSbTe_2$ (0,8) + Sb_2Te_3 (0,15)	Sb_2Te_3 (0,7) + $AgSbTe_2$ (0,02)
45...	–	$AgSbTe_2$ (0,85)	$AgSbTe_2$ (1)	Sb_2Te_3 (0,7) + $AgSbTe_2$ (0,04)
50...	$AgSbTe_2$ (1)	$AgSbTe_2$ (1)	$AgSbTe_2$ (0,9)	Sb_2Te_3 (0,5) + $AgSbTe_2$ (0,04) + Ag_2Te (0,25)
55...	–	$AgSbTe_2$ (0,85)	$AgSbTe_2$ (0,9)	Sb_2Te_3 (0,6) + Ag_2Te (0,3)
60...	$AgSbTe_2$ (0,7) + Ag_2Te (0,1)	$AgSbTe_2$ (0,5) + Ag_2Te (0,05)	$AgSbTe_2$ (0,9)	Sb_2Te_3 (0,6) + Ag_2Te (0,4)
70...	$AgSbTe_2$ (0,5) + Ag_2Te (0,2)	–	–	–
80...	$AgSbTe_2$ (0,5) + Ag_2Te (0,3)	–	–	–
90...	$AgSbTe_2$ (0,4) + Ag_2Te (0,35)	–	–	–
100...	Ag_2Te (1)	–	–	–

(*) Ces deux faibles raies se situent aux angles $\theta = 19,7$ et $12,65$ (rayonnement K_α du cuivre).

A partir de Ag_2Te pur jusqu'à 50 mole % de Ag_2Te, le signal à 140°C enregistré provient en majeure partie de l'eutectique de 535°C qui se dépose dans ce domaine. En dessous de 50 mole % de Ag_2Te jusqu'à Sb_2Te_3 pur, le tellurure d'argent détecté ne peut provenir que de la décomposition eutectoïde. C'est pourquoi nous n'observons ce signal que sur les alliages longuement recuits à 300°C.

5° La figure 3 représente un alliage à 30 mole % de Ag_2Te, brut de coulée, refroidi à l'air. Tous les alliages dans ce domaine biphasique présentent la même structure : grandes plaques de Sb_2Te_3, tandis qu'à l'intérieur de la phase $AgSbTe_2$ apparaissent des petites plaquettes disposées selon trois orientations cristallographiques et rappelant fortement les macles mécaniques des métaux. Armstrong, Faust et Tiller [7] ont récemment interprété cette structure comme une précipitation de Widmanstätten. Pour justifier l'apparition des plaquettes orientées dans les alliages très pauvres en Ag_2Te (moins de 20 mole %), ces auteurs ont dû exagérer fortement la pente de la ligne de solubilité de $AgSbTe_2$, d'une manière absolument incompatible avec les résultats de l'analyse thermique. D'autre part, les alliages trempés brutalement depuis le liquide présentent également cette structure. Il nous semble que s'il s'agissait vraiment d'une précipitation de Sb_2Te_3 dans $AgSbTe_2$, l'on devrait dans ces conditions observer les premiers stades de la germination et non pas cette structure cristallographique et régulière, caractéristique des précipités réorganisés selon un minimum d'énergie. D'autre part pour les alliages dont les compositions se situent autour de 30 mole % de Ag_2Te, nous avons observé aux rayons X la présence de deux raies très faibles qui ne peuvent pas s'interpréter à partir de notre diagramme de phase. Nous soulignons donc que cette partie du diagramme n'est qu'une approximation. Nous poursuivons l'étude expérimentale dans le sens de l'existence d'une transformation du type martensitique et nous espérons revenir sur ce sujet prochainement.

En conclusion, nous pensons avoir démontré que le composé $AgSbTe_2$ n'est stable qu'au-dessus de 360°C, température à laquelle il subit une décomposition eutectoïde [8].

(*) Séance du 24 mai 1961.

(1) J. H. Wernick, S. Geller et K. E. Benson, *J. Phys. Chem. Solids*, 4, 1958, p. 154.
(2) G. Offergeld, *Int. Conf. Semicond. Phys. Prague*, août-septembre 1960.
(3) R. Wolfe, J. H. Wernick et S. E. Haszko, *J. Appl. Phys.*, 31, 1960, p. 1959.
(4) G. Offergeld et J. Van Cakenberghe, *J. Phys. Chem. Solids*, 11, 1959, p. 310.
(5) M. Hansen, *Constitution of binary alloys*, Mc Graw Hill, New-York, 1958.
(6) A. Stegherr, F. Wald et P. Eckerlin, *Z. Naturforsch*, 16 A, 1961, p. 130.
(7) R. W. Armstrong, J. W. Faust et W. A. Tiller, *J. Appl. Phys.*, 31, 1960, p. 1954.
(8) Depuis notre intervention au Congrès de Prague une Note de Stegherr, Wald et Eckerlin (6) est parue confirmant ce résultat.

(*Laboratoires de l'European Research Associates, Bruxelles.*)

CHIMIE PHYSIQUE. — *Variations thermiques de la résistivité des phases solides* CeH_2 *et* PrH_2. Note (*) de M. **Joseph N. Daou**, présentée par M. Georges Champetier.

La comparaison des courbes expérimentales de résistivité des dihydrures de cérium et de praséodyme avec celles de ces métaux montre que la plus grande conductibilité de ces hydrures peut correspondre à la diminution du terme de résistivité dû au désordre des moments ioniques. D'autre part, l'écart à la loi linéaire des courbes de résistivité de CeH_2 et PrH_2 au-dessus de 200°C est expliqué par la formation de lacunes.

Le diagramme de phases des systèmes Ln-H, pour Ln = La, Ce, Pr, Nd, met en évidence l'existence de trois domaines, correspondant respectivement : à une solution solide d'atomes d'hydrogène dans le réseau métallique, à l'équilibre entre cette phase α saturée en atomes d'hydrogène et le composé $MH_{\sim 2}$, et à une solution solide d'atomes d'hydrogène dans le dihydrure. Le domaine d'existence de la phase α ne se manifeste qu'à des températures supérieures à quelques centaines de degrés ([1]). La formation du dihydrure résulte du remplissage des sites tétraédriques du réseau par des atomes d'hydrogène; au-delà de la composition MH_2, les atomes d'hydrogène se distribuent au hasard dans des sites octaédriques ([2]). L'étude de la résistance électrique de la phase solide des systèmes lanthanide-hydrogène confirme l'existence de ces trois domaines ([3]), ([4]). La présente Note concerne plus particulièrement l'étude des variations thermiques de la résistivité des dihydrures de cérium et de praséodyme.

Les échantillons de dihydrure ont été préparés par action directe de l'hydrogène sur des lames métalliques, à 500°C. A cette température, le dihydrure est non stœchiométrique, sa composition étant voisine de 1,9 at. H/at. Ln et sa pression d'équilibre de l'ordre de 10^{-3} mm Hg. Les mesures ont été effectuées sur les échantillons refroidis progressivement. Dans le cas du praséodyme, elles ont été faites dans l'intervalle de température compris entre 500°C et la température de l'azote liquide.

Les courbes de résistivité des dihydrures de cérium et de praséodyme (résistivité calculée à partir de la résistance électrique en tenant compte de l'expansion du réseau métallique) en fonction de la température présentent deux parties bien distinctes (*fig.* 1) : une partie linéaire pour les températures inférieures à 200°C, et pour les températures supérieures une partie courbe où un excès de résistivité fonction de la température s'ajoute à la représentation linéaire. Les courbes de résistivité en fonction de la température du cérium et du praséodyme, déduites des mesures de résistance électrique effectuées sur les échantillons utilisés sont portées sur la même figure.

On constate que les portions linéaires des courbes de résistivité du cérium et de son dihydrure présentent approximativement la même

pente. La diminution de résistivité est donc constante dans un très large domaine de température quand on passe du métal à la phase dihydrure ; ceci confirme que la perte de résistivité est de nature paramagnétique [4], [5].

Pour le praséodyme et son dihydrure les parties linéaires ont des pentes différentes, celle du métal étant la plus grande. La différence de pentes peut être attribuée à la modification dans l'arrangement des atomes Pr (h. c. pour Pr et c. f. c. pour PrH_2). La courbe de résistivité de la variété c.f.c. du praséodyme n'est pas connue, mais certaines observations faites au cours du recuit du métal suggèrent qu'elle pourrait avoir sensiblement la

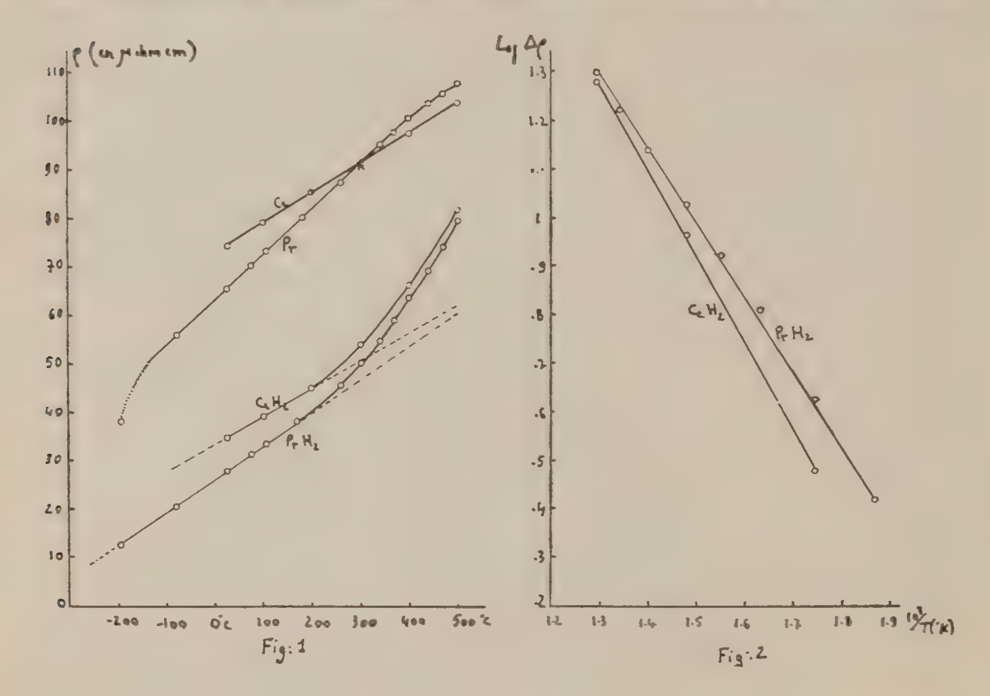


Fig. 1 — Fig. 2

même pente que celle du dihydrure. D'autre part, la loi de variation de la résistivité de PrH_2 jusqu'à la température de l'azote liquide est linéaire : la brusque chute de résistivité observée au-dessous de 160°K pour le métal [5] ne se retrouve plus dans la courbe relative au dihydrure. Notons aussi qu'à la température de l'azote liquide la résistivité de PrH_2 est très faible (12 $\mu\Omega$.cm) comparativement à celle du métal (38 $\mu\Omega$.cm).

Ces observations relatives à la résistivité font apparaître un caractère métallique marqué pour les composés interstitiels LnH_2.

D'autre part, l'écart à la représentation linéaire au-dessus de 200°C peut être attribué à la formation de lacunes. En portant en ordonnées le logarithme de l'excès de résistivité en fonction de $10^3/T$ (°K), on obtient une loi de variation linéaire (*fig.* 2). Cet excès de résistivité varie donc comme $e^{-E_f/kT}$, où E_f est l'énergie de formation de tels défauts. Pour l'hydrure

de cérium et pour l'hydrure de praséodyme, cette énergie de formation a respectivement comme valeur 0,35 et 0,30 eV.

Dans le cas de l'hydrure de praséodyme, l'établissement d'un vide poussé sur l'échantillon à la température de 500°C provoque un accroissement notable de la résistance électrique (20 %); après refroidissement, l'hydrure retrouve sa résistance normale à la température ambiante, mais l'excès de résistance réapparaît à 500°C. On peut expliquer cette variation de résistance par la formation de défauts supplémentaires. Dans le cas de l'hydrure de cérium, ce phénomène est de moindre importance.

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) R. N. R. Mulford et C. E. Holley Jr., *J. Phys. Chim.*, 59, 1955, p. 1222.

(2) B. Dreyfus-Alain, *Thèse*, Paris, 1954 et *Ann. Phys.*, 10, 1955, p. 305; C. E. Holley Jr., R. N. R. Mulford, F. Hellinger, W. C. Koehler et W. H. Zachariasen, *J. Phys. Chim.*, 59, 1955, p. 1226.

(3) J. N. Daou, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1595.

(4) J. N. Daou, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 3165.

(5) N. R. James, S. Legvold et F. H. Spedding, *Phys. Rev.*, 88, 1952, p. 1092.

(*Laboratoire de Chimie physique*, 11, *rue Pierre-Curie*, *Paris*, 5e.)

COUCHES MINCES. — *Évolution des propriétés optiques de couches minces de fer étudiées sous vide, puis dans l'air.* Note (*) de M. **Georges Rasigni**, transmise par M. Gustave Ribaud.

L'étude de la corrosion du fer étant un problème d'un grand intérêt théorique et pratique, nous avons pensé qu'il serait utile d'étudier optiquement cette corrosion sur le métal à l'état très divisé, comme c'est le cas lorsqu'il est déposé en couches très minces. Dans le présent travail, nous examinons les variations des propriétés optiques de lames minces de fer, sous l'influence d'une altération due à l'air.

On dépose simultanément, par évaporation thermique, sur un support de quartz, en utilisant un disque genre disque de Talbot, six couches métalliques, dont les épaisseurs croissent en progression arithmétique. Le métal à évaporer est une spirale de fer, spectroscopiquement pur, enroulée sur un fil de tungstène. On opère avec une très grande vitesse de projection (2 mμ/s) sous un vide de 6 à 7.10^{-6} Torr. L'appareillage et le montage optique utilisés ont été décrits dans un récent article [1].

Nous avons mesuré les facteurs de transmission T, de réflexion côté air R, et côté support R' [2]. Les quatre couches minces étudiées avaient des épaisseurs massiques e_m (déduites d'une pesée) qui variaient de 1,5 à 42 mμ. Les figures 1 et 2 résument les résultats obtenus.

DISCUSSION. — *Étude sous le vide ayant servi à produire les couches minces.* — Des mesures faites sous vide à quelques heures d'intervalle montrent une légère évolution pour les couches les plus minces : $e_m < 5$ mμ, les autres restant inaltérées. Cette évolution ne semble pas être due à une oxydation car elle tend à diminuer T qui, pour la couche la plus mince, passe de 91,3 à 89,5 %.

Étude sous un vide de 10^{-1} Torr. — La figure 3, montre pour la lame la plus mince, une augmentation régulière de T, d'autant plus importante que la couche est plus mince. Ceci semble être un début d'oxydation.

Étude à l'air sec. — On constate lors d'une entrée d'air sec, une augmentation importante et rapide de T, et une diminution de R. Il y a oxydation spontanée du fer en surface. Ensuite, pour les couches les plus épaisses, T et R varient plus lentement du fait de la diffusion de l'oxygène à travers la couche d'oxyde.

La variation de T et R est de l'ordre de 10 % pour les couches les plus minces qui deviennent transparentes. Les couches plus épaisses sont moins altérées et gardent leur aspect métallique.

Nous avons pu, pour les trois couches les plus épaisses pour lesquelles la relation de Wolter [3] n'était pas vérifiée, déterminer l'indice de réfrac-

tion ν, l'indice d'extinction χ, l'épaisseur réelle d du métal, ainsi que le coefficient de remplissage q, à l'aide de la méthode de Malé [2].

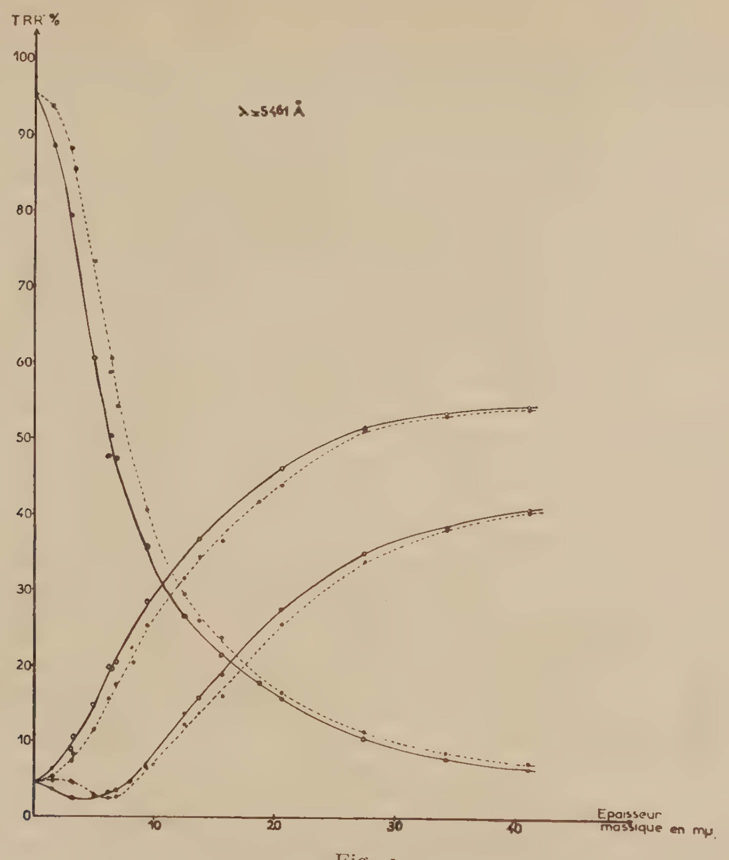


Fig. 1.

——— Mesures sous vide; ----- Mesures dans l'air.

e_m (mμ).	ν.		χ.		d (mμ).		q.	
	Vide.	Air.	Vide.	Air.	Vide.	Air.	Vide.	Air.
28	1,60	2	2,8	3,3	34	26,6	0,83	> 1
35	1,60	1,7	2,8	3	36	30,5	0,97	> 1
42	1,60	1,7	2,8	3	41	36	1	> 1

Le tableau montre que l'état massif paraît atteint pour une épaisseur de l'ordre de 35 mμ. Cette épaisseur peut paraître un peu faible. Cependant, R. Philip [4] a montré que les couches, préparées avec une grande vitesse de projection, ce qui est le cas ici, étaient moins lacunaires que les autres.

D'autre part, on constate que les couches qui ont subi l'action de l'air semblent être inhomogènes ($q > 1$). Ceci s'explique bien en considérant qu'il y a en présence une couche de fer inaltérée et une couche d'oxyde protectrice, plus transparente que le métal massif. D'ailleurs, l'absorption

diminue pour une lame ayant subi l'action de l'air (*fig.* 2). L'étude des lames minces de fer, doit, dans ce cas, nécessiter l'emploi des formules de P. Rouard (5) relatives à deux couches superposées.

Conclusions. — *En résumé*, l'altération des lames de fer est d'autant plus importante qu'elles sont plus minces.

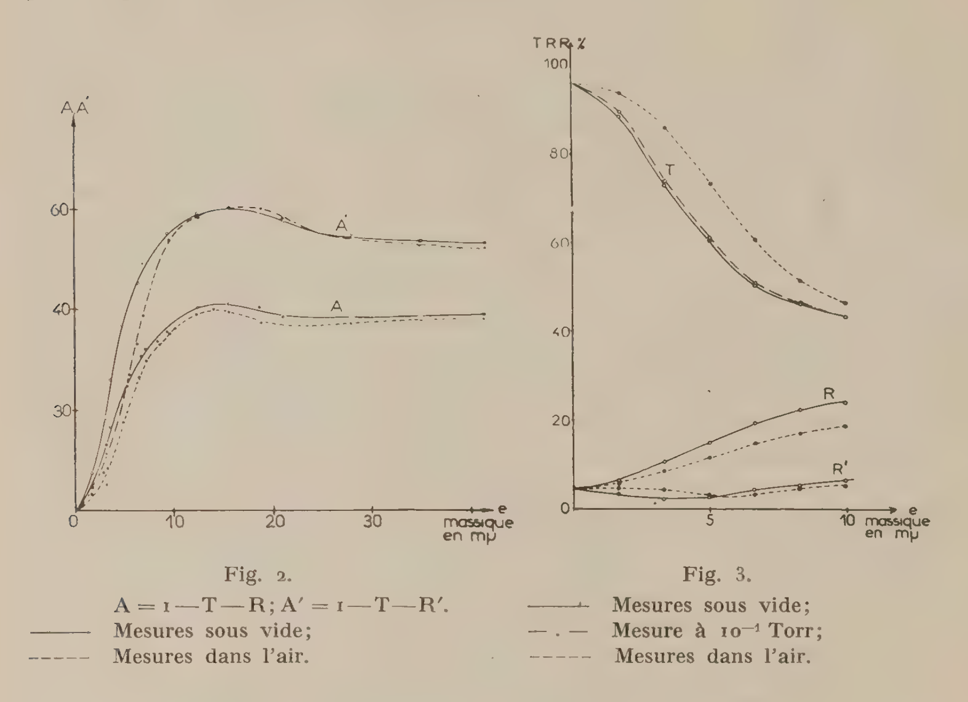


Fig. 2.

$A = 1 - T - R$; $A' = 1 - T - R'$.

——— Mesures sous vide;
- - - - - Mesures dans l'air.

Fig. 3.

——+ Mesures sous vide;
— . — Mesure à 10^{-1} Torr;
- - - - - Mesures dans l'air.

Pour les couches les plus épaisses : $e_m < 30$ mμ, l'altération est moins apparente, l'oxygène diffusant lentement à travers la couche d'oxyde formée.

Signalons que les indices de réfraction trouvés sont en accord avec ceux déterminés par Meier (6). Nous pensons être en mesure, sous peu, de donner de plus amples renseignements sur cette couche d'oxyde, et sur les variations de T, R, R' en fonction du temps, lors de l'entrée d'air dans l'enceinte.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) G. Rasigni et R. Rivoira, *Étude sous vide des propriétés optiques de couches minces altérables à l'air* (*Revue d'optique*) (sous presse).
(2) D. Malé, *Ann. Phys.*, 9, 1954, p. 10.
(3) H. Wolter, *Z. Physik*, 1937, p. 105 et 269.
(4) R. Philip, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 1343.
(5) P. Rouard, *Ann. Phys.*, 7, 1937, p. 291.
(6) W. Meier, *Ann. der Physik*, 31, 1910.

CHIMIE MACROMOLÉCULAIRE. — *Estérification de la cellulose mercerisée à inclusion de benzène.* Note (*) de Mme **Josette Sébille-Anthoine**, présentée par M. Georges Champetier.

Comparaison des réactions d'estérification par les anhydrides acétique, propionique et butyrique, de la cellulose mercerisée gonflée par le benzène.

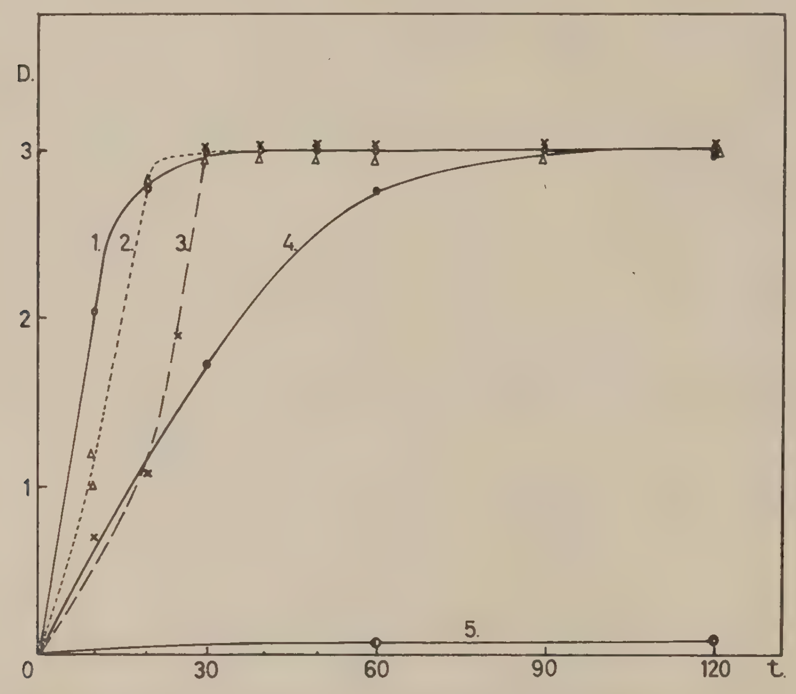
H. Staudinger [1] a préparé des celluloses retenant des solvants organiques, dites « celluloses à inclusions » possédant une grande réactivité chimique. J'ai étudié l'estérification par divers anhydrides d'acides aliphatiques, d'une cellulose mercerisée à inclusion de benzène, gonflée par un excès de benzène. La cellulose à inclusion a été préparée par la méthode classique d'échange de solvants.

Des cotons-linters blanchis ont été mercerisés par trempage dans une solution de soude à 18 %, puis soigneusement lavés à l'eau pour éliminer la soude et grossièrement essorés. Cette cellulose mercerisée gonflée d'eau a été immergée dans du méthanol anhydre et chauffée à reflux pendant 1 h, puis à nouveau essorée; l'opération a été répétée trois fois. La cellulose mercerisée gonflée de méthanol a été traitée de la même manière par du benzène anhydre. Cette cellulose mercerisée, dans laquelle l'eau initiale de gonflement a été remplacée par du benzène, et qui est en outre imprégnée de benzène, a pris un aspect translucide.

Estérification par l'anhydride acétique. — L'estérification a été effectuée par un mélange acétylant de composition voisine de celle donnée par H. Krassig et E. Schrott [2] : 15 g d'anhydride acétique, 50 g de benzène et une goutte d'acide perchlorique pour 1,6 g de cellulose (poids de l'échantillon pesé sec avant mercerisation et échange de solvants), à la température ordinaire, sous agitation modérée. Le benzène ne dissolvant pas le triacétate de cellulose, l'acétylation a lieu en milieu hétérogène avec conservation de la structure fibreuse du dérivé cellulosique. La réaction a été effectuée durant des temps variables, allant de 10 à 180 mn. Pour des durées de réaction ne dépassant pas 20 mn, l'acétate formé se distingue nettement dans le milieu réactionnel; pour les durées plus longues, il devient transparent et peu discernable. Pour chaque opération, la réaction a été arrêtée par addition de méthanol. L'acétate de cellulose perd son aspect translucide et devient blanc; il est lavé au méthanol, puis à l'eau et séché sous vide à 100° jusqu'à poids constant. Le degré d'acétylation a été déterminé par la méthode de L. B. Genung et R. C. Mallat [3]. Un essai à blanc est effectué dans les mêmes conditions, dont il est tenu compte pour le calcul de la soude consommée.

Estérification par les anhydrides propionique et butyrique. — Les réactions d'estérification ont été effectuées dans les mêmes conditions que l'acé-

tylation avec des mélanges de mêmes concentrations molaires en anhydride d'acide et en benzène. Mais alors que les acétates demeuraient insolubles, les propionates se dissolvent après 10 mn de réaction et les butyrates après 20 mn. En fin d'opération, ils sont précipités du mélange réactionnel par addition d'hexane et lavés à l'éther. Seuls les propionates et les butyrates obtenus dans des temps de réaction respectivement inférieurs à 10 et 20 mn ont conservé la structure fibreuse; les autres se présentent sous forme de poudres blanches.



1. Cellulose mercerisée à inclusion de benzène, gonflée de benzène (acétylation).
2. Cellulose mercerisée à inclusion de benzène, gonflée de benzène (propionylation).
3. Cellulose mercerisée à inclusion de benzène, gonflée de benzène (butyrylation).
4. Cellulose mercerisée à inclusion de benzène, sans excès de benzène (acétylation).
5. Cellulose mercerisée sèche (acétylation).

Le degré d'estérification des propionates et des butyrates a été déterminé par saponification en solution suivant la méthode de C. J. Malm, L. B. Genung, R. F. Williams et M. A. Pile [4] qui donne de meilleurs résultats que la méthode précédente.

Comparaison des réactions d'estérification. — La variation des degrés d'estérification (nombre de groupes ester par motif celloglucane) en fonction du temps de réaction est donnée par la figure 1. Les remarques suivantes peuvent être faites.

a. L'estérification de la cellulose mercerisée à inclusion de benzène, imprégnée d'un excès de benzène, par les trois anhydrides est complète

après environ 30 mn de réaction. La réaction est beaucoup plus lente avec de la cellulose mercerisée à inclusion de benzène débarrassée de l'excès de benzène. Elle est pratiquement nulle avec la cellulose mercerisée habituelle desséchée.

b. L'anhydride acétique réagit le plus rapidement au début de la réaction, l'anhydride propionique vient ensuite, puis l'anhydride butyrique.

c. Cependant, le triester est obtenu sensiblement au bout du même temps de réaction pour l'un ou l'autre des trois anhydrides. Il est vraisemblable que le début de la réaction est réglé par la diffusion de l'anhydride dans les fibres cellulosiques gonflées de benzène. L'anhydride acétique dont le volume moléculaire est le plus faible, diffuse et réagit le plus rapidement, vient ensuite l'anhydride propionique, puis l'anhydride butyrique. La suite de la réaction est régie par la diffusion en sens inverse de l'acide formé qui, en diluant localement l'anhydride, a tendance à ralentir l'estérification, c'est ce qui a lieu avec l'anhydride acétique par suite de l'insolubilité des acétates de cellulose dans le benzène. Par contre, la solubilisation des propionates et butyrates de cellulose permet à l'estérification de se poursuivre avec une vitesse croissante.

Dans les trois cas, les produits ultimes de la réaction apparaissent, à l'analyse chimique, comme des triesters; cependant la spectrographie infrarouge indique une légère bande OH qui révèle la présence de quelques groupes alcooliques non estérifiés.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) H. Staudinger, W. Dohle et O. Heich, *J. prakt. Chem.*, 161, 1942, p. 191.
(2) *Makrom. Chem.*, 13, 1954, p. 179.
(3) *Ind. Eng. Chem.*, 13, 1941, p. 369.
(4) *Ind. Eng. Chem. Analyt. Edit.*, 16, 1944, p. 501.

(*Laboratoire de Chimie macromoléculaire,
École Supérieure de Physique et de Chimie de la Ville de Paris,
10, rue Vauquelin, Paris, 5e.*)

CHIMIE MACROMOLÉCULAIRE. — *Polymérisation et copolymérisation cationiques de la coumarone.* Note de M. **Pierre Sigwalt**, présentée par M. Georges Champetier.

La polymérisation cationique de la coumarone à basse température, en solution dans des hydrocarbures halogénés, a permis de préparer des polymères solubles de très hauts poids moléculaires. On peut aussi obtenir des copolymères avec le styrolène, l'α-méthylstyrolène, l'indène, l'anéthole et les éthers vinyliques.

La coumarone se trouve en mélange avec l'indène, le styrolène et d'autres dérivés oléfiniques dans la fraction de distillation des goudrons de houille de point d'ébullition compris entre 160 et 200°. Cette fraction est traitée par l'acide sulfurique, qui polymérise les monomères en donnant les résines de coumarone industrielles. Celles-ci, en dépit de leur nom, contiennent en réalité de faibles quantités de coumarone (de l'ordre de 10 %) et l'indène est le constituant essentiel du polymère, dont la masse moléculaire est très faible (environ 1000). La polymérisation de la coumarone pure a été très peu étudiée. Kraemer et Spilker [1], puis Stoermer [2] l'ont polymérisée par les acides et ont obtenu des polymères de bas poids moléculaires, solubles dans les solvants usuels. Ils ont, d'autre part, obtenu des polycoumarones insolubles en utilisant des concentrations en acide plus fortes.

Dans une précédente Communication qui décrivait la préparation de hauts polymères et copolymères de l'indène par polymérisation cationique [3], nous avons déjà signalé qu'il était possible d'obtenir des homopolymères solubles de la coumarone de très hauts poids moléculaires ([η] pouvant atteindre 4, masses moléculaires de plusieurs millions). Cette Note précise les conditions nécessaires pour leur obtention, le mode opératoire étant identique à celui indiqué précédemment pour l'indène [3].

La coumarone se polymérise cationiquement plus difficilement que l'indène. Dans le cas de l'amorçage par le tétrachlorure de titane par exemple, la polymérisation ne se produit pas dans le toluène, et la polymérisation dans les solvants chlorés donne des rendements beaucoup plus faibles que dans le cas de l'indène (tableau I).

Tableau I.

Polymérisation par 0,02 mole/l $TiCl_4$, *durant* 15 mn *à* —60°.
Concentration en monomère : 0,43 mole/l.

Solvant.....	Toluène.	Chloroforme.	Chlorure de méthylène.
Rdt (%).....................	0	24	43
[η] (100 ml/g)..............	–	0,61	1,82

Nature et concentration de l'initiateur. — Les catalyseurs cationiques faibles, comme l'éthérate de fluorure de bore et le tétrachlorure d'étain, sont sans action en solution diluée dans les solvants chlorés, alors qu'ils

polymérisent facilement l'indène. Par contre, le tétrachlorure de titane et le fluorure de bore donnent rapidement des polymères de hauts poids moléculaires. Comme dans le cas de l'indène, le fluorure de bore est le plus actif et donne les plus hauts poids moléculaires. Par exemple, une solution de 0,43 mole/l de coumarone dans le chlorure de méthylène à — 72° est polymérisée quantitativement en moins de 5 mn en donnant un polymère de $[\eta] = 3{,}8$. Nous n'avons pas déterminé dans ce cas l'influence de la concentration en initiateur, mais une trop forte concentration tend à donner des polymères insolubles. Dans le cas du tétrachlorure de titane, la masse moléculaire croît considérablement avec l'augmentation de la concentration en catalyseur (tableau II). Ceci peut être dû à des réactions de branchement résultant d'une attaque cationique des noyaux aromatiques, rendus fortement nucléophiles par suite de la présence des fonctions éther oxyde. Des réactions sur les fonctions éther sont aussi possibles. Pour de très fortes concentrations d'initiateur, un temps de réaction trop long peut même conduire à la formation de polymères tridimensionnels insolubles. Le cas de la coumarone se distingue donc nettement de celui de l'indène, pour lequel la concentration en catalyseur n'avait aucune influence sur la masse moléculaire du polymère.

Tableau II.

Polymérisation par $TiCl_4$, *à* —60° *dans le chlorure de méthylène, pendant* 15 mn.
Concentration en monomère : 0,43 mole/l.

Concentration en initiateur (mole/l)	0,01.	0,02.	0,03.
Rdt (%)	9	43	53
$[\eta]$ (100 ml/g)	0,98	1,82	2,30

Durée de la polymérisation. — Le rendement croît linéairement en fonction du temps. La masse moléculaire, constante au début de la réaction, augmente pour des degrés de conversion élevés, probablement par suite de réactions de branchement.

Concentration en monomère. — Le rendement et la masse moléculaire croissent quand la concentration en monomère augmente (tableau III).

Tableau III.

Polymérisation par 0,01 mole/l $TiCl_4$, *dans le chlorure de méthylène à* —60°.

Concentration en monomère (mole/l).	Rdt (%).	$[\eta]$ (100 ml/g).
0,43	9	0,98
0,86	18,2	1,69

Influence de la température. — Comme dans le cas de la polymérisation de l'indène, la masse moléculaire croît considérablement quand la température s'abaisse (tableau IV).

TABLEAU IV.

Polymérisation par $TiCl_4$ *dans le chlorure de méthylène.*

Concentration en coumarone : 0,43 mole/l. Durée de la réaction : 15 mn.

Concentration en $TiCl_4$ (mole/l).	Température (°C).	Rdt (%).	[η].
0,01	−15	16	0,27
	−60	9	0,98
	−70	15	1,16
	−90	11	1,68
0,02	−60	43	1,82
	−72	84	3,32

Copolymérisation de la coumarone. — Les résultats sont assez analogues à ceux obtenus dans le cas de la copolymérisation de l'indène (tableau V). On observe un abaissement de la masse moléculaire par rapport à celles des homopolymères.

TABLEAU V.

Copolymérisation de la coumarone à — 72° dans le chlorure de méthylène.

Concentration de chaque monomère : 0,215 mole/l.

2e monomère.	Concentration en catalyseur.	Durée (mn).	Rdt (%).	[η].	Teneur en coumarone du copolymère (%).
Styrolène	0,01 mole/l $TiCl_4$	30	58	0,12	48
α-méthylstyrolène	0,01 »	30	89	0,82	44
Anéthole	0,01 »	5	60	0,79	–
Éther vinylisobutylique	0,01 »	15	43	0,10	2
Indène	0,01 »	5	67	0,285	29
	BF_3	5	100	1,50	50
	0,02 mole/l $SnCl_4$	120	4	–	–

Dans le cas de l'amorçage par le tétrachlorure de titane, l'α-méthylstyrolène et l'anéthole donnent des copolymères de hauts poids moléculaires ([η] environ 0,8) alors que le styrolène et les éthers vinyliques donnent des polymères de beaucoup plus bas poids moléculaires.

Nous avons déjà donné les résultats de la copolymérisation de l'indène avec de faibles quantités de coumarone, en utilisant $TiCl_4$ ([3]). La copolymérisation par le fluorure de bore donne des rendements plus forts et des masses moléculaires beaucoup plus élevées (tableau V).

([1]) KRAEMER et SPILKER, *Ber.*, 23, 1890, p. 78.

([2]) STOERMER, *Ann.*, 312, 1900, p. 237.

([3]) SIGWALT, *Symposium international de Chimie macromoléculaire*, Moscou, juin 1960 (*J. Pol. Sc.*, sous presse).

(*Laboratoire de Chimie macromoléculaire Faculté des Sciences, 1, rue Victor-Cousin, Paris.*)

CHIMIE GÉNÉRALE. — *La pyrolyse induite du pentane et l'émission lumineuse provenant de la réaction consommant l'oxygène.* Note (*) de Mlle **Monique Lefebvre** et M. **Michel Lucquin**, présentée par M. Paul Pascal.

L'« effet de pyrolyse » induit par un mécanisme d'oxydation de basse température est bien moins important que celui initié par un mécanisme de haute température. Cet effet mesuré par absorption infrarouge est nettement en retard par rapport à l'émission lumineuse provenant de la réaction consommant l'oxygène.

Dans une précédente publication [1], nous avons montré que de petites quantités d'oxygène se trouvant dans un milieu hydrocarboné gazeux peuvent réagir suivant deux mécanismes, l'existence de l'un ou de l'autre de ces mécanismes dépendant de la température à laquelle est faite l'expérience. L'établissement des « limites réactionnelles » permet de mettre successivement en évidence quand on élève la température un mécanisme de basse température qui se manifeste à partir de 290°C pour un mélange contenant 1 % d'oxygène dans le pentane, une superposition des mécanismes de basse et de haute température et enfin un mécanisme de haute température qui n'est pas limité du côté des hautes températures.

Nous avons voulu savoir si le mécanisme de basse température était lié, lui aussi, à une pyrolyse induite comme c'est le cas du mécanisme de haute température. Il était donc intéressant de situer dans le temps les positions relatives de l'émission lumineuse observée précédemment et de la pyrolyse induite.

Pour effectuer cette étude nous utilisons deux méthodes : l'enregistrement de la lumière émise par la réaction d'oxydation a été décrit plusieurs fois par ailleurs; une technique d'absorption infrarouge très simplifiée permet de suivre approximativement l'accumulation des produits de la pyrolyse.

L'analyse par absorption infrarouge des produits de l'oxydation et de la combustion des hydrocarbures nécessite habituellement des fractionnements préalables étant donné la complexité des mélanges obtenus. Dans le cas de notre mélange contenant 1 % d'oxygène, la mesure globale des hydrocarbures éthyléniques provenant de la pyrolyse est possible sans séparation préalable. Nous avons en effet constaté que la quantité des produits oxygénés formés est suffisamment faible et répartie entre suffisamment de composés différents, pour ne pas apparaître sur les spectres.

Comme nous voulons suivre globalement la réaction de pyrolyse, nous nous contentons de mesurer la hauteur du seul pic (920 cm^{-1}) du spectre du pentane qui varie avec nos différentes conditions expérimentales. Cette variation est due à l'absorption des éthyléniques résultant de la pyrolyse qui vient se superposer à celle du pentane considérée comme constante en première approximation.

La méthode utilisée est la méthode statique. Une partie du mélange réactionnel est trempé directement dans la cuve à absorption à infrarouge de 5 cm de longueur, à des intervalles de temps variables après l'introduction des gaz dans le réacteur. Pour éviter certaines fluctuations expérimentales, nous ne mesurons pas la variation absolue du pic 920 cm^{-1} mais sa différence Δh avec un pic voisin (750 cm^{-1}) insensible à la variation de nos conditions expérimentales et mesuré sur le même enregistrement. Δh peut être positif, négatif ou égal à zéro.

Sur la figure 1 est représenté l'effet de pyrolyse Δh en fonction de la température du réacteur. La pression du mélange est de 300 mm Hg. On observe nettement l'influence du mécanisme de haute température puis

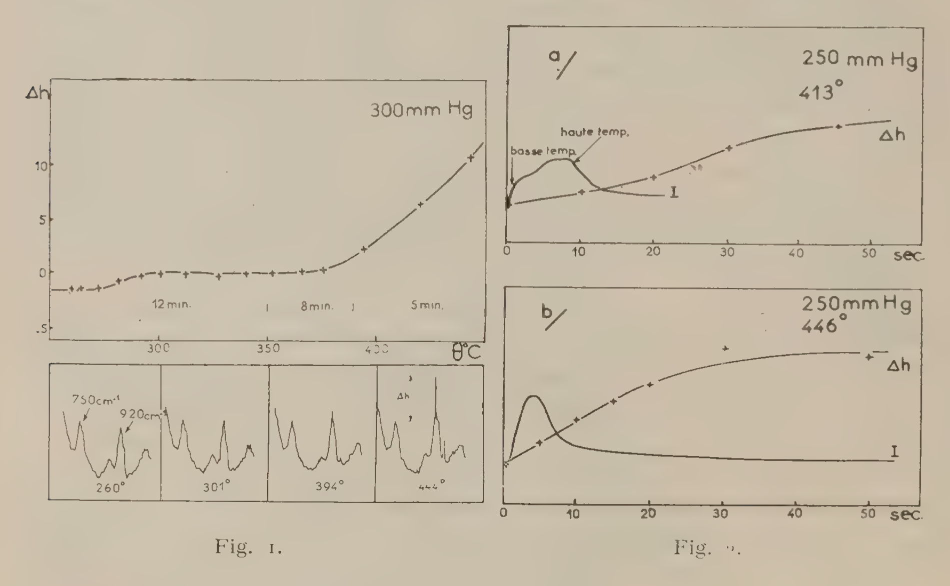


Fig. 1.

Fig. 2.

entre 290 et 370°C un effet beaucoup plus faible lié au mécanisme de basse température et à la superposition des deux mécanismes. Les temps auxquels sont effectuées les trempes sont indiqués sur cette figure. On peut pratiquement considérer que dans ces conditions la réaction est terminée. Néanmoins, pour une étude plus précise nous devrions tenir compte d'une très légère variation de Δh qui peut se continuer pendant un temps assez long.

L'effet de pyrolyse induite par un mécanisme de basse température est donc nettement mis en évidence. Il faut cependant noter que son importance varie assez sensiblement d'une série d'expériences à une autre et qu'il semble favorisé par des essais effectués préalablement à plus haute température. Une initiation des chaînes de pyrolyse à la paroi semble donc probable comme cela a déjà été montré à plus haute température.

Sur la figure 1 nous avons aussi reproduit quelques spectres d'absorption infrarouge correspondant à des expériences effectués à différentes températures.

Sur la figure 2 *a*, sont représentés les enregistrements de l'émission lumineuse et de l'effet de pyrolyse Δh obtenus à 413°C et à la pression de 250 mm Hg. Il s'agit d'un domaine où il y a superposition des mécanismes de basse et de haute température. On observe nettement sur l'enregistrement lumineux le mécanisme de basse température qui se produit sans période d'induction, puis le mécanisme de haute température.

L'effet de pyrolyse ne devient notable qu'après la disparition presque complète de l'émission lumineuse et semble présenter une période d'induction. De cette constatation il résulte que l'accumulation des éthyléniques provenant de la pyrolyse du pentane ne se produit d'une manière notable que dans les dernières étapes de la réaction d'oxydation. A la concentration de 1 % d'oxygène, concentration relativement importante pour une pyrolyse induite, on ne peut donc pas conclure que chaque molécule d'oxygène est à l'origine d'une chaîne de pyrolyse.

Sur la figure 2 *b*, sont représentés les enregistrements de l'émission lumineuse et de l'effet de pyrolyse Δh obtenus à 446°C et à la pression de 250 mm Hg. Dans ces conditions expérimentales il n'y a plus de mécanisme de basse température, la période d'induction de l'émission lumineuse est pratiquement nulle et celle de l'effet de pyrolyse peu marquée. Néanmoins on remarque encore que cet effet ne devient notable qu'après la disparition de la plus grande partie de l'émission lumineuse, c'est-à-dire dans les dernières étapes de la réaction lente d'oxydation.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) M. Lucquin, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 854.

(*Laboratoire de Chimie générale, Sorbonne.*)

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'influence de la dispersion dans l'extinction de la détonation du mélange stœchiométrique méthane-oxygène par le bitartrate de potassium finement pulvérisé.* Note (*) de MM. **Jean-Claude Dumont, Jean Combourieu, Ralph Delbourgo** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

Un minimum de dispersion est nécessaire pour obtenir l'extinction d'une détonation avec une quantité minimale de substance. Au-delà de cette dispersion la densité du nuage extincteur diminue et les quantités nécessaires sont plus élevées. La densité moyenne à l'extinction, exprimée en surface de la poudre par unité de volume du nuage à l'extinction, tend vers une limite. L'extinction procède toujours par un ralentissement de la vitesse coïncidant avec un refroidissement des gaz et une diminution de la luminosité du phénomène enregistré.

Des travaux antérieurs ([1]), ([2]) ont permis de montrer que le bitartrate de potassium était un bon inhibiteur des phénomènes de combustion et en particulier de la propagation des déflagrations et des détonations. Nous avons étudié systématiquement l'influence de la dispersion du nuage inhibiteur sur la détonation, à la pression atmosphérique, du mélange $CH_4 + 2O_2$ dont la vitesse est connue (environ 2 300 m/s). Le tube de combustion est en « plexiglass » et fretté par un tube de « polyvinyle » de 16 mm de diamètre intérieur. Il est placé verticalement et constitué de deux parties séparées par une tirette horizontale située à 2 m de l'extrémité inférieure où a lieu l'inflammation; la longueur du tube au-dessus de la tirette est de 40 cm. En tous autres points ce dispositif est analogue à celui déjà décrit. Il présente l'avantage de résister à la détonation alors qu'un tube de verre est détruit à chaque expérience. Les conditions se trouvent ainsi mieux définies et parfaitement reproductibles.

Un relais placé sur le trajet de synchronisation du dispositif d'ouverture de la tirette et de la mise à feu permet d'introduire un retard déterminé entre ces deux phases de l'expérience et d'agir par conséquent sur la hauteur de chute, c'est-à-dire sur la dispersion du nuage inhibiteur.

Le tableau ci-joint résume les résultats obtenus avec du bitartrate de potassium en grains de dimensions inférieures à 10 μ, dont le rayon moyen est d'environ 3,25 μ et dont la surface spécifique est $S = 4\,680\ cm^2/g$:

t (s)...	0	0,15	0,2	0,3	0,4	0,48	0,5	0,6
m (g)...	2,015	0,510	0,675	1,050	1,320	1,590	1,640	1,970
n.......	10,2	2,59	3,43	5,33	6,70	8,07	8,32	10,0
Σ (cm^2)..	9 430	2 390	3 160	4 910	6 180	7 440	7 680	9 220
h (cm)..	–	10	14	24	37	51	54	68
ν.......	–	1,29	1,22	1,01	0,901	0,787	0,767	0,732
σ.......	–	119	112	101	83	73	71	68

Dans ce tableau : m exprime la masse extinctrice; n le nombre de millimoles de poudre contenues dans le tube; Σ la surface extinctrice ($S \times m$);

h la hauteur de chute; ν le nombre de millimoles par centimètre carré; σ la densité extinctrice moyenne exprimée en surface de poudre par unité de volume du nuage à l'extinction (cm^2/ml).

On voit que la masse extinctrice minimale est obtenue pour 0,15 s de retard, ce qui correspond à une hauteur de chute de 10 cm. La masse croît régulièrement lorsque la dispersion augmente. Cependant pour un retard nul, la quantité nécessaire est plus grande, la dispersion étant nulle. La densité extinctrice moyenne σ tend vers une limite.

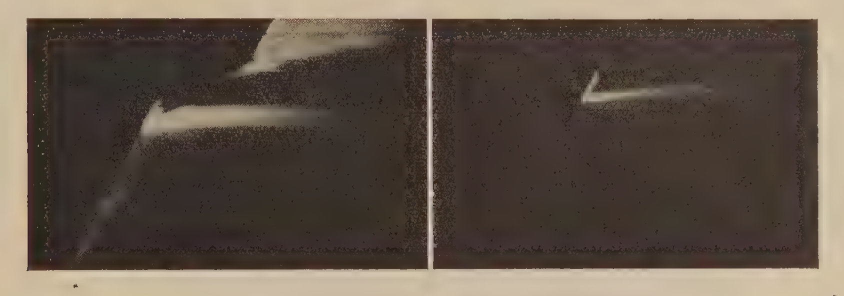


Fig. 1. Fig. 2.

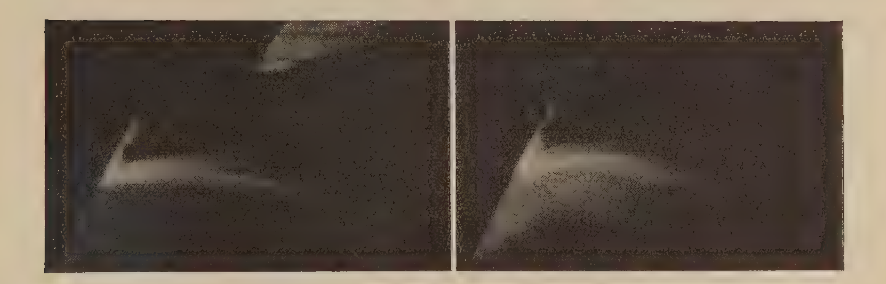


Fig. 3. Fig. 4.

Quelques enregistrements photographiques obtenus au tambour tournant sont donnés sur les figures 1, 2, 3 et 4. En abscisse est porté le temps et en ordonnée l'espace. Les figures 1 et 2 sont relatives à la détonation du mélange $CH_4 + 2O_2$, la première avec 1 040 mg de bitartrate, l'autre avec 1 050 mg. On observe nettement le point de rencontre du front de détonation avec le nuage de poudre, la hauteur de chute correspondant bien au retard introduit (ici 0,3 s). La dispersion des quantités extinctrices minimales a été enregistrée au tambour tournant en éclairant latéralement le nuage de poudre. Au point de rencontre on observe une forte luminosité — qui pourrait être due à l'ion K^+ — puis un net ralentissement de l'onde en même temps que la luminosité diminue (par exemple par un effet de refroidissement). Pour 1 040 mg (quantité inférieure à celle nécessaire à l'extinction) la flamme dépasse le niveau de la tirette (partie supérieure

droite de l'enregistrement), puis s'accélère pour reformer l'onde explosive. Avec 1 050 mg l'extinction se produit immédiatement, précédée par le ralentissement. On constate que l'extinction se produit à la partie supérieure du nuage; il faut donc que la flamme traverse une grande partie de celui-ci pour rencontrer les grains les plus fins qui se trouvent à la partie supérieure, les grains les plus gros tombant plus rapidement.

Les figures 3 et 4 sont analogues, mais relatives à un retard plus grand (0,4 s) et la luminosité apparaît plus tôt dans l'enregistrement. On observe la même suite de phénomènes.

En conclusion le processus de l'extinction est donc bien reproductible dans ces conditions expérimentales. On peut supposer qu'il procède en dissociant l'onde de combustion et l'onde de choc, provoquant un ralentissement de la flamme ainsi qu'un abaissement de la température, l'un pouvant être la cause ou la conséquence de l'autre. La dispersion favorise l'inhibition à condition que la densité du nuage extincteur se trouve suffisante. On peut envisager pour le mécanisme de cette inhibition un phénomène thermique ainsi qu'une désactivation des centres actifs.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) R. Bouchet et P. Laffitte, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 1861.

(2) P. Laffitte et R. Bouchet, *VIIth Symposium (International) on Combustion*, Butterworths Publ., London, 1959, p. 504.

(*Sorbonne, Laboratoire de Chimie générale.*)

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la transformation par chauffage du monofluorophosphate de strontium en fluorapatite.* Note (*) de MM. **Vu Quang Kinh** et **Gérard Montel**, présentée par M. Georges Chaudron.

Le chauffage du monofluorophosphate de strontium hydraté donne naissance au sel anhydre. Celui-ci se décompose à plus haute température mais la vapeur d'eau intervient dans les réactions. La fluorapatite se forme en atmosphère sèche.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons étudié la décomposition thermique du monofluorophosphate de calcium hydraté. Le monofluorophosphate de strontium hydraté $SrPO_3F, H_2O$ se prépare de la même façon que le sel de calcium correspondant ([1]). On voit, sur les figures 1 et 2, son diagramme de rayons X (cliché I) et son spectre d'absorption infrarouge (spectre I) : ce dernier correspond bien à celui qu'a obtenu Corbridge ([2]).

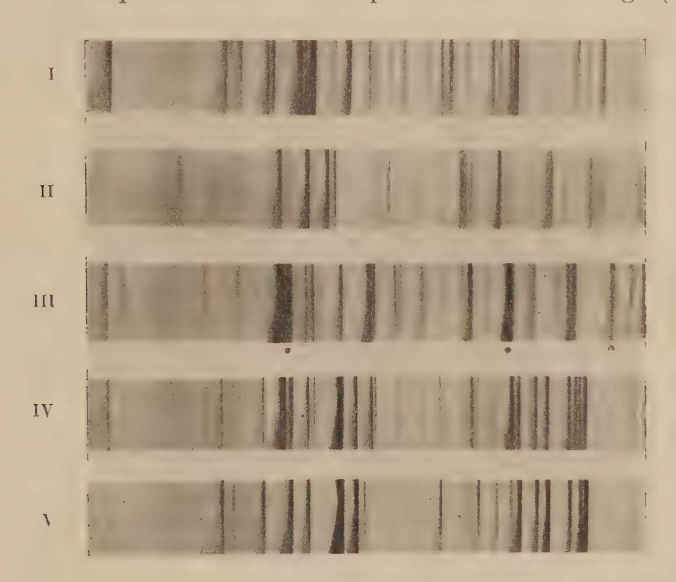


Fig. 1. — Clichés de rayons X des monofluorophosphates de strontium (I) et (II) et de leurs produits de décomposition (III) et (IV) (raies pointées : fluorure de strontium). (V) : fluorapatite strontique pure.

La thermopesée montre que la déshydratation de ce sel commence vers 90° et se termine vers 150° (*fig.* 3, courbes I et II). On obtient le monofluorophosphate de strontium anhydre (*fig.* 1, cliché II), pratiquement stable jusqu'à 460° :

(I) $$SrPO_3F, H_2O \rightarrow SrPO_3F + H_2O.$$

Nous avons identifié ce sel anhydre par l'analyse chimique et par son spectre d'absorption infrarouge. Ce dernier (*fig.* 2, spectre II) présente les bandes caractéristiques des monofluorophosphates ([2]).

Chauffé au-dessus de 460°, ce sel anhydre se décompose : mais les phénomèmes sont très sensibles à l'action de la vapeur d'eau :

1° *En atmosphère sèche*, on observe d'abord, entre 460 et 550° une perte de poids correspondant à l'équation (II) (*fig.* 3, courbe I) :

(II) $$5SrPO_3F \rightarrow 2Sr_2P_2O_7 + SrF_2 + POF_3 \nearrow.$$

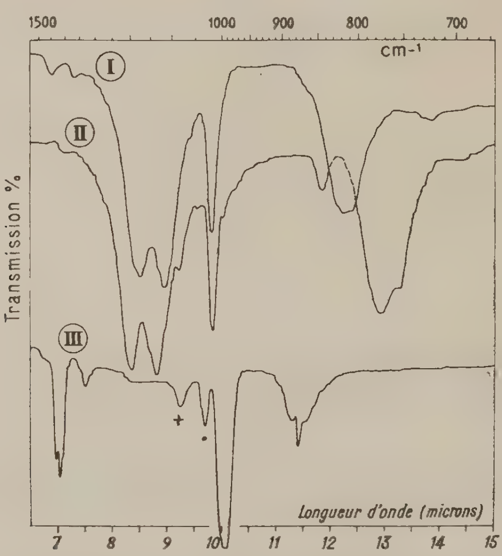


Fig. 2. — Spectres d'absorption infrarouge des monofluorophosphates de strontium (I) et (II) et de l'oxyfluorure de phosphore (III) (bandes pointées : ●, SiF_4 ; +, impureté non identifiée).

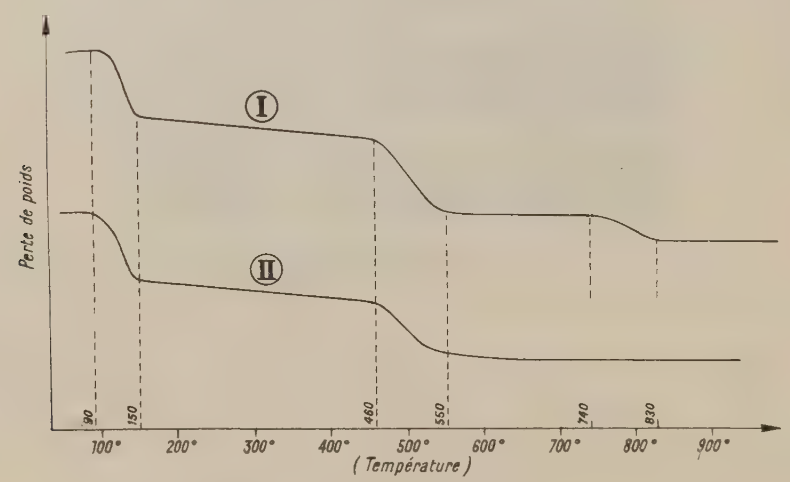


Fig. 3. — Courbes de thermopesée.

Nous avons identifié l'oxyfluorure de phosphore par son spectre d'absorption infrarouge (*fig.* 2, spectre III) ([3]), le pyrophosphate et le fluorure de strontium, par diffraction des rayons X (*fig.* 1, cliché III) ([4]). On remarque

que le pyrophosphate apparaît vers 550° sous sa forme α bien que le domaine de stabilité de cette forme se trouve au-dessus de 750° ([5]), ([6]). Nous avons signalé une stabilisation analogue dans le cas du sel de calcium ([1]).

Vers 800°, le pyrophosphate et le fluorure de strontium réagissent suivant l'équation (III) :

(III) $$18\,Sr_2P_2O_7 + 14\,SrF_2 \rightarrow 5\,Sr_{10}(PO_4)_6F_2 + 6\,POF_3 \nearrow.$$

Nous avons identifié POF_3 par son spectre d'absorption infrarouge (*fig.* 2, spectre III). Cette réaction (III) est analogue à celle qui a été mise en évidence par l'un de nous dans le cas des sels de calcium ([7]). On obtient finalement un mélange de fluorapatite et de pyrophosphate de strontium α (*fig.* 1, cliché IV) :

(IV) $$14\,SrPO_3F \rightarrow 2\,Sr_2P_2O_7 + Sr_{10}(PO_4)_6F_2 + 4\,POF_3 \nearrow.$$

2° *En atmosphère humide*, on ne distingue plus qu'une perte de poids au-dessus de 460° (*fig.* 3, courbe II) : dans ce cas, en effet, la vapeur d'eau intervient : on obtient du pyrophosphate α et du gaz fluorhydrique :

(V) $$2\,SrPO_3F + H_2O \rightarrow Sr_2P_2O_7 + 2\,HF.$$

Il ne se forme pas de fluorure de strontium : la formation d'apatite n'a donc pas lieu.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) V. Q. Kinh et G. Montel, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 117.
([2]) D. E. C. Corbridge et E. J. Lowe, *J. Chem. Soc.*, 1954, p. 4555.
([3]) H. S. Gutowsky et A. D. Liehr, *J. Chem. Phys.*, 20, 1952, p. 1652.
([4]) R. C. Ropp, M. A. Aia, C. W. W. Hoffman, J. J. Veleker et R. W. Mooney, *Anal. Chem.*, 31, 1959, p. 1163.
([5]) P. W. Ranby, D. H. Mash et S. T. Henderson, *Brit. J. Appl. Phys.*, 6e suppl., n° 4, 1955, p. S 18.
([6]) R. W. Mooney, *J. Amer. Chem. Soc.*, 81, 1959, p. 826.
([7]) G. Montel et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 318; G. Montel, *Thèse de Doctorat*, Paris, octobre 1956, p. 42; *Ann. Chim.*, 13e série, 3, 1958, p. 313.

(*Centre d'Études de Chimie métallurgique, Vitry et École Nationale Supérieure de Chimie, Paris.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des halogénoacétates d'alcoyle sur la pipéridine : cas des chloroacétates de méthyle.* Note (*) de Mme **Yvette Ursy** et M. **Marcel Paty**, présentée par M. Marcel Delépine.

A la température ordinaire et en milieu éthéré anhydre, la pipéridine se comporte vis-à-vis des halogénoacétates d'alcoyle tantôt à la façon normale d'une amine secondaire, tantôt de façon différente, suivant la mobilité des atomes d'halogène, et suivant les proportions des corps réagissants.

En mettant en présence à la température ordinaire dans l'éther anhydre la pipéridine et les différents chloroacétates de méthyle, nous avons observé les faits suivants :

Quel que soit l'ester, il y a toujours formation de chlorhydrate de pipéridine (aiguilles, de l'éther, F 244°C). La masse de celui-ci est particulièrement forte avec le monochloroacétate, ce qui peut s'expliquer par la grande mobilité du chlore du groupement chlorométhyle. Par contre, les deux chlores du dichloroacétate sont très peu réagissants vis-à-vis de la pipéridine, sauf si celle-ci est en fort excès. Quant aux trois chlores du trichloroacétate, leur réactivité propre est assez faible, et, quelles que soient les proportions relatives d'ester et de pipéridine, on obtient toujours sensiblement la même faible quantité de chlorhydrate.

Après séparation du chlorhydrate par filtration, la majeure partie de l'éther a été distillée à la pression ordinaire, et le reste chassé par évaporation sous vide. Nous avons alors constaté ce qui suit :

1. *Dans le cas du monochloroacétate de méthyle*, le résidu était constitué uniquement par des produits liquides que nous avons séparés par distillation sous pression réduite : à côté d'un peu d'ester n'ayant pas réagi qui passe en tête, et d'un résidu visqueux indistillable, nous avons obtenu essentiellement un liquide incolore, $É_{23}$ 92-93°; n_D^{20} 1,4559; d_4^{20} 1,0103. Nous l'avons identifié comme étant le *pipéridino-N-acétate de méthyle*. Celui-ci avait déjà été préparé par Wedekind [1] qui l'avait simplement décrit comme une huile É 205-207°.

Sa saponification par une solution aqueuse de soude a donné le *pipéridino N-acétate de sodium* (prismes, F 280°); en traitant celui-ci par la quantité d'acide chlorhydrique juste calculée pour décomposer le sel, sans former le chlorhydrate, nous avons isolé l'*acide pipéridino N-acétique* (aiguilles fines du chloroforme, F 214-216°); il donne un chlorhydrate (fines aiguilles de l'éther, F 217°). Cet acide avait été préparé par différents auteurs [2].

Quand on opère avec un excès d'ester par rapport à la pipéridine, la réaction est ralentie et la quantité de pipéridino N-acétate de méthyle est plus faible. Au contraire, avec un excès de pipéridine, la presque totalité du chloroacétate est transformée en pipéridino N-acétate de méthyle. Mais dans aucun cas, nous n'avons pu déceler l'amide

$C_5H_{10}N—CO—CH_2Cl$ qui serait le produit normal de l'action d'un ester sur une amine secondaire.

La réaction principale est donc :

$$2\,C_5H_{10}NH + CH_2Cl—COOCH_3 \rightarrow C_5H_{10}NH, ClH + C_5H_{10}N—CH_2—COOCH_3.$$

2. *Dans le cas du dichloroacétate de méthyle*, le produit principal est un corps cristallisé, insoluble dans l'eau, mais très soluble dans l'acétone et l'éthanol, F 51°. Par hydrolyse en milieu aqueux chlorhydrique, il donne de l'acide dichloroacétique et du chlorhydrate de pipéridine. Ce composé est donc la N-*dichloroacétylpipéridine*, résultant de l'action normale de l'ester sur l'amine secondaire qu'est la pipéridine.

Quelles que soient les proportions relatives de pipéridine et de dichloroacétate de méthyle, le seul produit stable, autre que le chlorhydrate de pipéridine, est cette amide résultant de la réaction

$$C_5H_{10}NH + CHCl_2—COOCH_3 \rightarrow C_5H_{10}N—CO—CHCl_2 + CH_3—OH.$$

Il n'a pas été possible de mettre en évidence le méthanol ainsi formé, qui doit intervenir dans des réactions secondaires complexes donnant lieu à la formation des résidus visqueux impurifiables obtenus.

La N-dichloroacétylpipéridine n'ayant jamais encore été préparée, nous avons complété son étude par une cryoscopie dans le cyclohexane (M trouvée = 200; M calculée = 197) et par une analyse élémentaire complète : $C_7H_{11}ONCl_2$, calculé %, C 42,85; H 5,61; O 8,16; N 7,14; Cl 36,22; trouvé %, C 42,96; H 5,85; O 8,62; N 7,07; Cl 35,91.

3. *Dans le cas du trichloroacétate de méthyle*, suivant les proportions relatives d'ester et de pipéridine, le produit principal de la réaction n'est pas le même :

a. En quantités équimoléculaires, ou avec un excès d'ester, il se forme surtout, à côté d'une faible quantité de chlorhydrate de pipéridine, de la N-*trichloroacétylpipéridine*. C'est un solide cristallisé insoluble dans l'eau, très soluble dans l'acétone et l'alcool, F 45°. Elle avait déjà été préparée par Franchimont et Taverne [3]; nous avons vérifié sa constitution par hydrolyse en milieu aqueux chlorhydrique (qui conduit à l'acide trichloroacétique et au chlorhydrate de pipéridine), par cryoscopie dans le cyclohexane (M trouvée = 232,7; M calculée = 230,5), et par une analyse élémentaire : $C_7H_{10}ONCl_3$, calculé %, C 36,44; H 4,34; O 6,94; N 6,07; Cl 46,20; trouvé %, C 36,33; H 4,55; O 7,70; N 6,09; Cl 45,30.

Dans ces conditions, la réaction principale est donc l'action normale d'un ester sur une amine secondaire :

$$C_5H_{10}NH + CCl_3—COOCH_3 \rightarrow C_5H_{10}N—CO—CCl_3 + CH_3OH.$$

Là encore, le méthanol n'a pu être mis en évidence, pour la même raison que dans le cas précédent.

b. Avec un excès de pipéridine par rapport à l'ester, à côté de la même faible quantité de chlorhydrate de pipéridine, le principal produit isolable est un liquide incolore, ne renfermant pas de chlore, $É_2$ 55-57°; $É_{21}$ 95-95,5°; n_D^{20} 1,4610; d_4^{20} 1,053. Nous avons pu l'identifier comme étant le *pipéridino N-carboxylate de méthyle*, qui avait déjà été obtenu par Schotten (4), comme un liquide à odeur faible, insoluble dans l'eau, É 201°.

Nous avons vérifié sa constitution par une saponification par la soude en milieu aqueux, qui conduit au carbonate de sodium et à la N-méthylpipéridine; par un dosage de platine sur son chloroplatinate (cristaux jaune orangé, F 176°) : Pt, calculé, 28,02 %; trouvé, 27,60 %; par une cryoscopie dans le cyclohexane : M calculée, 143; trouvée, 142; par une analyse élémentaire : $C_7H_{13}O_2N$, calculée % C 58,74; H 9,09; O 22,37; N 9,79; trouvé %, C 58,82; H 9,09; O 22,57; N 10,03.

Du résidu de la distillation, on extrait une quantité non négligeable de N-trichloroacétylpipéridine, dont l'importance varie en sens inverse de la quantité de pipéridino N-carboxylate de méthyle; cette dernière est d'autant plus forte que l'excès de pipéridine par rapport au trichloroacétate de méthyle est plus grand.

Le mélange réactionnel est donc le siège des deux réactions :

$$C_5H_{10}NH + CCl_3-COOCH_3 \rightarrow C_5H_{10}N-CO-CCl_3 + CH_3OH,$$
$$C_5H_{10}NH + CCl_3-COOCH_3 \rightarrow C_5H_{10}N-COOCH_3 + CHCl_3.$$

Si le méthanol n'a pu être mis en évidence dans ce cas encore, le chloroforme a pu être décelé grâce à son odeur, bien que, ainsi que l'ont montré Busz et Kekulé (5) et Ahrens (6), il soit susceptible de réagir avec la pipéridine, soit tout seul, soit en présence de potasse.

Cette dernière réaction est d'ailleurs confirmée par l'étude poursuivie actuellement sur l'action des autres halogénoacétates de méthyle sur la pipéridine et sur d'autres composés hétérocycliques analogues, étude qui fera l'objet de publications ultérieures.

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) WEDEKIND, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 35, 1902, p. 182.

(2) KRAUT, *Liebigs Ann. Chem.*, 157, p. 66; HAMILTON et ADAMS, *Amer. Chem. Soc.*, 50, 1916, p. 2260-2263; BISCHOFF, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 31, 1898, p. 284; LEY, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 42, 1909, p. 367.

(3) FRANCHIMONT et TAVERNE, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 15, 1896, p. 70.

(4) SCHOTTEN, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 16, 1883, p. 647.

(5) BUSZ et KEKULE, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 20, 1887, p. 3247.

(6) AHRENS, *Ber. der Deutsch. chem. Ges.*, 27, 1894, p. 2090.

(*Faculté des Sciences, Chimie P. C. B., Talence, Gironde.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essais de condensation de l'oxyde d'éthylène et de l'éthylène-imine avec le vératrole.* Note (*) de MM. **Claude Viel** et **Paul Rumpf**, présentée par M. Marcel Delépine.

Ces essais n'ont pas conduit à une méthode simple de préparation de l'homovératrylamine, car la déméthylation de l'éther phénolique s'effectue plus facilement que la condensation de Friedel et Crafts et modifie l'orientation des réactions. Étude des produits formés.

Poursuivant nos recherches ([1]) en vue de la mise au point d'une bonne préparation de la β-(diméthoxy-3.4 phényl) éthylamine (homovératrylamine), matière première fondamentale pour de nombreuses synthèses d'alcaloïdes isoquinoléiques, nous nous sommes proposé d'étudier les réactions de condensation de l'oxyde d'éthylène et de l'éthylène-imine avec le vératrole. On pouvait espérer obtenir ainsi l'amine envisagée, en trois étapes seulement à partir de produits commerciaux.

En effet, la condensation de l'éthylène-imine avec des composés aromatiques a été réalisée par Braz ([2]), en 1952, entre 120 et 180°, en présence de chlorure d'aluminium. Dans le cas du benzène, vers 130°, la réaction donne de la β-phényléthylamine avec un rendement de 60 %. L'éthylbenzène fournit un mélange de β-(éthylphényl) éthylamines isomères; mais déjà à 100°, l'anisole réagit de façon plus complexe : à côté de la β-(méthoxy-4 phényl) éthylamine, on isole l'éther β-aminoéthylique du phénol, provenant d'une déméthylation de l'anisole et d'une condensation de l'éthylène-imine avec le phénol formé, réaction déjà signalée par Clapp ([3]).

Nos essais en présence d'oxyde d'éthylène ayant indiqué une fragilité du vératrole, vis-à-vis de la déméthylation par le chlorure d'aluminium, encore plus grande que celle de l'anisole, ce résultat de Braz montrait la nécessité d'opérer à une température nettement plus basse. Nous avons constaté qu'après 20 h de repos vers 20°, en présence de chlorure d'aluminium et d'éthylène-imine, le vératrole n'est pas déméthylé, mais on n'observe pas non plus de condensation.

Le remplacement du chlorure d'aluminium par du chlorure de zinc, agent de condensation très énergique, n'a entraîné ni déméthylation, ni réaction avec l'éthylène-imine après 5 h à 110°. Cet échec nous a conduits à étudier la condensation du vératrole avec l'oxyde d'éthylène. Cette réaction, en présence de chlorure d'aluminium, avec les carbures aromatiques a fait l'objet de nombreux brevets ([4]) qui ont très insuffisamment précisé les conditions opératoires.

Il semblerait qu'au-dessus de + 10°, la formation d'un diaryléthane l'emporte sur celle du β-aryléthanol envisagé ([4]), ([5]). Colonge et Rochas ([5]) ont décrit, en 1948, des recherches systématiques dans ce domaine et en

ont tiré les conclusions suivantes : le rendement en alcool β-phényléthylique est maximal (45 %) quand on utilise respectivement 10 moles de benzène et 0,9 mole de chlorure d'aluminium pour 1 mole d'oxyde d'éthylène; la température optimale se situe vers 5°; entre 10 et 15°, le rendement en alcool baisse très nettement (30 %) à cause de la formation de quantités notables de diphényléthane *symétrique*.

En transposant cette condensation au cas du vératrole et en modifiant quelque peu les conditions, nous pensions accéder facilement à l'alcool β-(diméthoxy-3.4 phényl) éthylique, et à partir de ce dernier, à l'homovératrylamine. En utilisant d'une part une mole d'oxyde d'éthylène, une mole de catalyseur et 2,5 moles de vératrole, l'excès jouant le rôle de solvant; en effectuant d'autre part la condensation au-dessous de 10°, nous avons obtenu un mélange dont la distillation a permis de séparer quatre fractions.

Sous la pression atmosphérique, au-dessous de 100°, passe une solution aqueuse renfermant environ 0,06 mole de monochlorhydrine du glycol (6 % par rapport à l'oxyde d'éthylène). La deuxième fraction renferme le vératrole récupéré ($É_{15}$ 98-99°). La troisième n'est pas constituée par du diméthoxyphényl-2 éthanol-1, comme on pouvait l'espérer, mais par de l'orthométhoxyphénoxy-2 éthanol-1 $CH_3O_{(1)}—C_6H_4—O_{(2)}.CH_2.CH_2.OH$ (Rdt 20 %) que nous avons identifié au produit déjà connu ([6]) préparé par action de la monochlorhydrine du glycol sur le gaïacol sodé : $É_{20}$ 145-147°; $n_D^{20°,5}$ 1,5420; ester *p*-nitrobenzoïque : $F_{inst.\ Maquenne}$ 73,5-74°.

Analyse : $C_{16}H_{15}O_6N$, calculé %, C 60,56; H 4,73; trouvé %, C 60,57; H 4,84.

On obtient enfin environ 8 g d'un liquide ambré, assez mobile, qui distille sous 15 mm entre 203 et 238°, avec début de décomposition, et cristallise partiellement. La masse pâteuse, essorée sur plaque poreuse et lavée avec un peu d'éther de pétrole, fournit 2,38 g d'un solide blanc (Rdt 0,78 %); $F_{inst.\ Maquenne}$ 77,5°.

Analyse : $C_{18}H_{22}O_4$, calculé %, C 71,52; H 7,28; trouvé %, C 71,34; H 7,25.

D'après les indications bibliographiques déjà signalées ([4]), ([5]), nous pensions avoir obtenu le tétraméthoxydiphényléthane *symétrique*. Mais ce composé fond à 108-110° ([7]), alors que le point de fusion du bis-(diméthoxy-3.4 phényl)-1.1 éthane est précisément 77-77,5° ([8]). Nous avons tenu à vérifier ce résultat assez surprenant, en identifiant notre sous-produit avec un échantillon de tétraméthoxydiphényl-1.1 éthane préparé par condensation de l'acétal avec le vératrole en milieu sulfurique ([9]). L'identité a été mise en évidence non seulement par les points de fusion, mais aussi par les spectres infrarouges.

On voit que, même à basse température, dans des conditions si douces qu'à peine le tiers de l'oxyde d'éthylène entre en réaction (le vératrole

étant en excès), le produit prédominant résulte d'une déméthylation partielle du diéther phénolique. On ne peut donc espérer obtenir le diméthoxyphényléthanol par la réaction envisagée, et malgré la nécessité d'emploi d'un autoclave volumineux, la méthode moins directe que nous avons précédemment décrite ([1]) reste encore la meilleure pour la préparation de quantités importantes d'homovératrylamine.

Le présent travail indique cependant que la déméthylation de certains éthers phénoliques par le chlorure d'aluminium est beaucoup plus facile qu'on pouvait le prévoir.

Quant à la formation du bis-(diméthoxy-3'.4' phényl)-1.1 éthane, elle montre que, déjà vers 10°, le complexe (oxyde d'éthylène-chlorure d'aluminium) se transpose en complexe correspondant de l'éthanal.

$$\underset{\underset{AlCl_3(-)}{|}}{\overset{CH_2-CH_2}{\diagdown\ \diagup \atop O(+)}} \xrightarrow{-HCl} CH_2{=}CH-OAlCl_2$$

$$\downarrow +HCl$$

$$CH_3-CH\begin{matrix} \diagup Cl \\ \diagdown OAlCl_2 \end{matrix}$$

Ce dernier donne normalement l'éthane disubstitué en 1.1 par une réaction de Baeyer ([9]) catalysée par le chlorure d'aluminium ([10]).

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) P. Rumpf et C. Viel, *Comptes rendus*, 249, 1959, p. 886.

([2]) G. I. Braz, *Dokl. Akad. Nauk S. S. S. R.*, 87, 1952, p. 589.

([3]) L. B. Clapp, *J. Amer. Chem. Soc.*, 73, 1951, p. 2584.

([4]) *Cf.* R. E. Kirk et D. F. Othmer, *Encyclopedia of Chemical Technology*, 2, p. 486-489, *The Interscience* Encyclopedia, New York, 1948.

([5]) J. Colonge et P. Rochas, *Bull. Soc. Chim.*, 1948, p. 818-829.

([6]) W. S. Gump et E. J. Nikawitz, Brevet anglais n° 674072 du 18 juin, 1952; *C. A.*, 48, 1954, p. 723 *b*.

([7]) A. R. Battersby et R. Binks, *J. Chem. Soc.*, 1955, p. 2896.

([8]) A. Arcoleo et A. Oliverio, *Ann. Chim.* (Rome), 47, 1957, p. 415.

([9]) A. Baeyer, *Ber.*, 5, 1872, p. 280 et 1096; J. Weiler, *Ber.*, 7, 1874, p. 1181.

([10]) E. E. Harris et G. B. Frankforter, *J. Amer. Chem. Soc.*, 48, 1926, p. 3144.

(*Centre d'Études et de Recherches de Chimie Organique Appliquée, C. N. R. S. à Bellevue*).

CHIMIE ORGANIQNE. — *Étude polarographique de la réaction hydroxychalcone ⇌ chromanone. Influences structurales et mécanisme de la réaction.* Note (*) de MM. **Jean Tirouflet** et **André Corvaisier**, présentée par M. Marcel Delépine.

La réaction envisagée est étudiée pour les chalcones obtenues par condensation de l'*o*-hydroxyacétophénone sur divers aldéhydes hétérocycliques en utilisant la première vague de l'*o*-hydroxychalcone. Influence du pH et du motif hétérocyclique sur la limite et la vitesse. Mécanisme de réaction.

Nous avons indiqué précédemment (¹) la possibilité d'étudier la réaction (I) par voie polarographique en utilisant la première vague de l'*o*-hydroxychalcone. Cette réaction a été suivie dans toute la zone des pH et pour différents motifs structuraux *hétérocycliques* R pour tenter de dégager l'influence des paramètres physicochimiques et de structure qui influent sur l'équilibre et la cinétique. Il nous est en effet apparu que la recherche des conditions optimales pour l'obtention de la chromanone était restée jusqu'à présent très empirique.

OH; φ; α β; CCH=CH—R; O; AR; k_1 ⇌ k_{-1}; O; CH R; CH₂; φ; C; O; A′R

(I)

L'équilibre de la réaction (I) dépend du pH et de la structure.

Pour $1 < pH < 8$ il reste sensiblement invariant avec le pH quelle que soit la nature de R.

Pour $pH > 8$ on note corrélativement deux évolutions :

a. L'équilibre se déplace tout d'abord en faveur de l'hydroxychalcone. Au-delà de pH 13 le pourcentage de *chromanone* est très faible (de l'ordre de 1 %).

b. Corrélativement on observe une décomposition très rapide de l'hydroxychalcone par solvolyse basique.

Ces phénomènes s'interprètent facilement en considérant les différentes réactions consécutives :

Acétophénone + aldéhyde ⇌ ion phénolate ⇌ hydroxychalcone ⇌ chromanone.

Le pourcentage de chalcone à *l'équilibre* est d'autre part fortement influencé par la nature du reste hétérocyclique R.

Pour des pH voisins de la neutralité nous avons observé les valeurs suivantes (R, nature du radical hétérocyclique; h. c., pourcentage d'hydrochalcone à l'équilibre).

R...	Pyrryl.	Furyl.	Thiényl.	Phényl.	Pyridinyl 3, 2 et 4.	Quinoléinyl 2 et 4.
h. c.	85	65	37	10	7 à 3	2 à 3

Cette séquence correspond sensiblement à l'ordre d'*électropositivité* décroissante des différents hétérocycles [2]. Elle s'interprète normalement en remarquant que, dans la réaction considérée, le motif A est plus électronégatif que le motif A' (l'effet — M du C = O est en effet inopérant en A' par suite de l'absence de conjugaison).

La stabilité relative de AR doit donc croître avec l'électropositivité de R.

Ces résultats sont généralisables pour les modifications structurales sur R. Nous avons pu en effet observer que les chromanones dérivées des nitropyrrolaldéhydes sont beaucoup plus faciles à isoler que celle de l'aldéhyde pyrrolique elle-même.

La *cinétique* de la transformation dépend également du pH et des paramètres chimiques.

Pour tous les composés dérivés d'un hétérocycle *neutre* la courbe $\log k_1 = f(\mathrm{pH})$ est caractéristique d'une catalyse acido-basique avec minimum accentué pour des pH légèrement variables avec R.

En milieu basique neutre ou faiblement acide, k_1 croît dans l'ordre (R variable) :

Pyrryl < furyl < thiényl < phényl.

Ce résultat s'interprète en admettant que le stade déterminant la vitesse de cyclisation est une attaque nucléophile sur C β. Ce mécanisme implique en effet que les substituants électropositifs (+ I, + M) sur ce carbone doivent ralentir l'attaque.

En milieu *acide*, k_1 décroît dans l'ordre :

Pyrrole > thiophène > benzène.

Cet ordre est compatible avec un mécanisme dont le *stade lent* serait la protonisation du carbonyle, car un effet + I apporté sur le carbone β doit favoriser la polarisation du carbonyle.

Les principaux résultats sont résumés dans le tableau suivant (pseudo constante k_1 en sec^{-1}, $c = 10^{-2}$ M, mélange hydroalcoolique à 50 %, à l'ébullition).

R.....	Pyrryl.	Furyl.	Thiényl.	Phényl.
pH min....................	4	2,7	2,7	2,5
$10^5 k_1$ (pH 5,4)............	2,2	3	7,5	8,3
$10^5 k_1$ (pH 1)...............	(3,6) (*)	–	2,2	1,7

(*) pH 2,6. A pH 1 le produit se décompose.

Pour les chalcones dérivés des pyridinaldéhydes 2 et 4, la courbe $\log k_1 = f(\mathrm{pH})$ est anormale et présente un minimum (pH 4) et un maximum (pH ∼ 1). Ce phénomène est probablement lié à l'équilibre acido-basique.

Ces résultats physicochimiques permettent d'expliquer certaines difficultés rencontrées précédemment pour réaliser la synthèse de certaines chromanones (1), (3). Leur généralisation doit permettre de prévoir les conditions à respecter pour obtenir ces composés avec les rendements optimaux. Ils permettent également de confirmer l'ordre d'électronégativité des différents hétérocycles.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) A. Corvaisier et J. Tirouflet, *Comptes rendus*, 251, 1960, p. 1641.

(2) A. P. Dunlop et F. N. Peters, *The furans*, Reinhold publishing corporation, New York, 1953, p. 27.

(3) J. Tirouflet et A. Corvaisier, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 1276; A. Corvaisier, *Thèse ingénieur-docteur*, Dijon (sous presse).

(*Faculté des Sciences, Dijon, Côte-d'Or.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques remarques sur les propriétés chimiques du carbène phénacylidène obtenu par décomposition du benzoyldiazométhane.* Note de Mme **Helena Strzelecka** et M. **Michel Simalty-Siemiatycki**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le carbène phénacylidène obtenu par décomposition thermique du benzoyldiazométhane, engendre avec le dibenzoyléthylène cis, le tribenzoylcyclopropane. Au cours de la décomposition catalytique, ce dernier ne se comporte pas comme un carbénophile contrairement à l'acénaphtylène qui engendre une cétone cyclopropanique. Le dibenzoyléthylène trans ainsi que le stilbène trans ne réagissent pas avec le carbène phénacylidène.

Au cours de notre travail nous avons été amenés à rechercher une source de carbènes phénacylidènes qui pourraient prendre naissance dans un milieu autre que celui que nous avons déjà décrit [1]. En effet la décomposition thermique ou catalytique des diazocétones constitue une source de carbènes du type acylidénique. C. Grundmann [2] a montré que la décomposition thermique (ébullition dans l'oxyde d'isoamyle) du benzoyldiazométhane conduit à un mélange contenant environ 1 % de tribenzoylcyclopropane (F 217-128°) à côté d'un produit à point de fusion élevé qui n'a pas été caractérisé par l'auteur, et de polymères.

Après 30 mn d'ébullition dans les conditions décrites par Grundmann et grâce à la chromatographie sur colonne d'alumine nous avons pu isoler le dibenzoylcyclopropane (F 220°) avec un rendement de 19 %, après 1 h d'ébullition, le rendement atteint 29 %.

Le produit non étudié par Grundmann est obtenu avec des rendements respectifs de 17,3 et 9 %. Recristallisé dans le nitrobenzène, il fond avec décomposition à 278°; il est identique au α, γ-diphényl β, γ-buténolide (I)

(I)

préparé selon H. Lapworth [3] (point de fusion mélangé et spectre infrarouge) à partir de la benzylidèneacétophénone. La formation du même buténolide a déjà été signalée par K. B. Wiberg et Th. Halton [4] au cours de la décomposition photochimique du benzoyldiazométhane. Tout récemment W. Ried et M. Mengler [5] décrivent la formation de β, γ-buténolides par action des cétènes sur les diazocétones.

Cette recherche préliminaire nous a permis d'étudier la décomposition thermique du benzoyldiazométhane en présence de produits éthyléniques tels que les dibenzoyléthylène cis et trans. La décomposition thermique en présence du premier conduit à la formation du tribenzoylcyclopropane (F 220°) avec un rendement de 27 % par rapport à la diazocétone, ce qui représente une quantité environ trois fois plus élevée du composé cyclopropanique que dans le cas de la décomposition habituelle. Par contre, la

dicétone trans ne joue pas du tout le rôle de carbénophile, le rendement en produit cyclopropanique n'étant pas changé par son addition. Ceci confirme l'hypothèse que nous avons émise antérieurement sur la formation du tribenzoylcyclopropane, sous l'action du benzoylméthylènetriphénylphosphorane sur le bromure de phénacyle [1].

Il paraît évident qu'il provient de la fixation du carbène phénacylidène sur le dibenzoyléthylène cis, l'isomère trans étant inerte, et non de la trimérisation simultanée du carbène. D'autre part, il est assez significatif qu'en présence de différents adjuvants éthyléniques, on n'isole pas de butenolide (I) dans le milieu réactionnel.

La décomposition catalytique du benzoyldiazométhane présente des différences avec la décomposition thermique. Parmi les catalyseurs de la décomposition de diazocétones l'oxyde de cuivre et le cuivre ont été expérimentés [2], [6], [7], [8]. Si l'on utilise ces catalyseurs dans des solvants tels que la ligroine 70-80° ou le cyclohexane, le résultat est sensiblement le même. On isole environ 34 % de dibenzoyléthylène trans et environ 10 % de tribenzoylcyclopropane F 220°, le buténolide n'a pu être caractérisé dans le mélange.

Si la décomposition est effectuée, en présence de cuivre comme catalyseur et de dibenzoyléthylène cis, dans des solvants tels que le benzène, le dioxane ou le cyclohexane, le dérivé cyclopropanique ne se forme pas mais on isole les deux dibenzoyléthylènes : la plus grande partie du dérivé cis se retrouve après la réaction.

En vue de trouver des carbénophiles convenables pour le carbène phénacylidène, nous avons préféré utiliser la décomposition catalytique. En effet, au cours de la décomposition thermique, en présence de composés éthyléniques tels que l'acénaphthylène, déjà utilisé comme carbénophile [9], et que nous avons choisi à cause de sa double liaison cis conjuguée, on observe la formation de tribenzoylcyclopropane, et d'un produit d'addition (II), qui se forme avec un rendement d'environ 10 %.

Par contre, la décomposition catalytique sur cuivre dans l'acénaphthylène comme solvant donne, avec un rendement de 55 %, un produit incolore, unique, qui après chromatographie sur colonne d'alumine et recristallisation dans l'éthanol, fond à 194°. Son spectre infrarouge présente, entre autres, des bandes à 871, 1025 et 1666 cm^{-1}. Sa 2.4-dinitrophénylhydrazone fond à 225-226°. Sans nous prononcer pour le moment sur sa configuration spatiale, nous lui attribuons la structure (II)

La décomposition effectuée dans des solvants tels que le xylène, le dioxane et l'éther isoamylique, donne des rendements inférieurs (respectivement 45, 30 et 28 %.

Notons en marge de ce travail que l'acénaphtylène pourrait être un bon carbénophile pour les carbènes du type α-cétonique, car nous avons réussi à obtenir, à partir d'acétyldiazométhane, en présence de cuivre, avec un rendement de 15,5 %, le dérivé cyclopropanique (III) fondant à 115°. Son spectre infrarouge présente, entre autres, des bandes à 872, 1029 et 1681 cm^{-1}. Sa 2.4-dinitrophénylhydrazone fond à 223°.

Nous n'avons pas réussi à fixer le carbène phénacylidène sur le trans stilbène, mais on isole avec un rendement de 81 % le dibenzoyléthylène trans.

Ceci nous incite à poursuivre notre étude sur l'action du benzoylméthylènetriphénylphosphorane sur les bromures α-cétoniques.

(1) M. Siemiatycki et H. Strzelecka, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 3489.

(2) C. Grundmann, *Ann. der Chemie*, 536, 1938, p. 29.

(3) A. C. Heun et A. Lapworth, *J. Chem. Soc. London*, 85, 1904, p. 1355; M. Robertson et H. Stephen, *Ibid.*, 1931, p. 863; W. Devey et D. J. Tivey, *Ibid.*, 1958, p. 1230.

(4) K. B. Wiberg et Th. Hutton, *J. Amer. Chem. Soc.*, 76, 1954, p. 5367.

(5) H. Ried et H. Mengler, *Z. angew. Chem.*, 72, 1960, p. 218.

(6) J. Nowak, J. Ratusky, V. Sneberk et F. Sorm, *Collection Czechoslow chem. Commun*, 22, 1957, p. 1836; *Chem. Listy*, 51, 1957, p. 479.

(7) I. Ernest, *Chem. Listy*, 46, 1951, p. 261.

(8) F. Weygand et H. J. Bestman, *Z. angew. Chem.*, 72, 1960, p. 535.

(9) A. Schönberg, A. Mustafa et N. Latif, *J. Amer. Chem. Soc.*, 75, 1953, p. 2267,

(*Laboratoire de Chimie organique I, Sorbonne.*
1, *rue Victor-Cousin, Paris,* 5e.)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réductions condensatrices de cétones et aldéhydes α-éthyléniques. Synthèse de glycols α, α′-diéthyléniques de la forme* R—CHOH—C (OH) R′R″. Note (*) de M. **Joseph Wiemann** et Mlle **Marie-Renée Monot**, présentée par M. Paul Pascal.

Le rendement quelquefois quantitatif en glycol α, α′ diéthylénique mixte, et aussi la stéréospécificité observée dans certains cas de réduction est expliqué par des considérations stériques et électroniques.

La réduction mixte de mélange d'aldéhydes α-éthyléniques ou de cétones avait permis à l'un de nous ([1]), en partie en collaboration ([1]) de montrer qu'on était en présence d'un moyen de synthèse intéressant de substances difficilement accessibles par d'autres voies; les bons rendements obtenus dans certains cas peuvent s'expliquer à l'aide d'hypothèses simples, étant donné la structure voisine des réactants.

L'étude de la réduction duplicative de couples d'aldéhydes et de cétones α-éthyléniques devant conduire à des α-glycols secondaires-tertiaires biéthyléniques montre que la quantité de glycol mixte formé dépend beaucoup de la nature des produits de départ. Les conclusions suivantes ont pu être dégagées.

$$C{=}C{-}\underset{\|}{\overset{}{C}}{-}CH_3 + C{=}C{-}\underset{\|}{\overset{H}{C}} \rightarrow C{=}C{-}\underset{OH}{\overset{CH_3}{C}}{-}\underset{OH}{\overset{H}{C}}{-}C{=}C$$
$$\quad O \qquad\qquad\qquad O$$

Les rendements ne sont, en général, intéressants que si les vitesses de réduction ne sont pas trop différentes; ceci implique le plus souvent que, le nombre d'atomes autres que l'hydrogène, des deux partenaires diffèrent au plus d'une unité; mais le furfural et la méthylvinylcétone donnent un très bon rendement en glycol mixte (travail de Diplôme d'études supérieures de M. Chuche en cours). Pour les aldéhydes et les cétones linéaires α-éthyléniques, on a observé les résultats suivants : la quantité de glycol mixte est importante et devient prépondérante quand *l'aldéhyde* mis en œuvre est méthylé en β du carbonyle. Cette même substitution sur le carbone α est au contraire défavorable. Toutefois l'influence favorable en β l'emporte sur celle défavorable en α. L'aldéhyde tiglique réduite avec la méthylisopropenylcétone donne le glycol mixte presque quantitativement; un groupement éthyle en β est moins favorable qu'un groupe méthyle.

En ce qui concerne la *cétone* utilisée, la comparaison des résultats obtenus avec la méthylvinylcétone et avec la méthylisopropénylcétone, montre que la substitution méthylée sur le carbone α favorise cette fois la formation du glycol mixte. Avec une méthylation en β sur la cétone, il ne se forme pas de glycol mixte.

TABLEAU I.

Aldéhyde $R_1R_2C{=}CR_3{-}CHO$.	Cétone $R'_1R'_2C{=}CR'_3{-}COCH_3$.	Diol (%).	Diol bi-secondaire (%).	Diol bi-tertiaire (%).	Caractéristiques des diols mixtes.
Acroléine $R_1{=}R_2{=}R_3{=}H$	Méthylvinylcétone $R'_1{=}R'_2{=}R'_3{=}H$	30	50	5	$C_7H_{12}O_2$; $É_{15}$ 95-96°; n_D^{16} 1,4482; d_4^{18} 0,956
α-méthylacroléine $R_1{=}R_2{=}H$; $R_3{=}CH_3$	Méthylvinylcétone	40	10	5	$C_8H_{14}O_2$; $É_{15}$ 99-100°; n_D^{17} 1,4822; d_4^{18} 0,9955
α-éthylacroléine $R_1{=}R_2{=}H$; $R_3{=}C_2H_5$	»	10	30	5	$C_9H_{16}O_2$; $É_{15}$ 111-113°; n_D^{18} 1,457; d_4^{18} 0,962
Aldéhyde crotonique $R_1{=}CH_3$; $R_2{=}R_3{=}H$	»	80	5	5	$C_8H_{14}O_2$; $É_{15}$ 105-106°; n_D^{18} 1,4780; d_4^{18} 0,984
Aldéhyde tiglique $R_1{=}R_3{=}CH_3$; $R_2{=}H$	»	60	5	5	$C_9H_{16}O_2$; $É_{15}$ 112-113°; n_D^{17} 1,4820; d_4^{17} 0,986
α-méthyl β-éthylacroléine $R_1{=}C_2H_5$; $R_2{=}H$; $R_3{=}CH_3$	»	45-50	10	5	$C_{10}H_{18}O_2$; $É_{15}$ 135-140°; n_D^{20} 1,4791; d_4^{20} 0,958
α-éthyl β-propylacroléine $R_1{=}C_3H_7$; $R_2{=}H$; $R_3{=}C_2H_5$	»	1-2	10	5	$C_{12}H_{22}O_2$; $É_{15}$ 135°; n_D^{20} 1,4760; d_4^{20} 0,9572
Citral $R_1{=}(CH_3)_2C{=}CH{-}(CH_2)_2$; $R_3{=}H$; $R_2{=}CH_3$	»	5	40	1-2	$C_{14}H_{24}O_2$; $É_{0,1}$ 101-103°; n_D^{18} 1,500; d_4^{18} 0,967
Aldéhyde crotonique	Méthylisopropényl-cétone $R'_1{=}R'_2{=}H$; $R'_3{=}CH_3$	80	10	0	$C_9H_{16}O_2$; $É_{15}$ 113-114°; d_4^{19} 0,975; n_D^{19} 1,4810
α-méthylacroléine	Méthylisopropényl-cétone	50	10	0	$C_9H_{16}O_2$; $É_{15}$ 113-114°; n_D^{19} 1,4810; d_4^{19} 0,973
α-méthylacroléine	*Id.*	15	25	0	$C_{10}H_{18}O_2$; $É_{15}$ 115-117°; n_D^{17} 1,471; d_4^{18} 0,954
Aldéhyde tiglique	»	90	1-2	0	$C_{10}H_{18}O_2$; F 30°; $É_{15}$ 120-122; n_D^{17} 1,4835 d_4^{16} 0,9717
α-méthyl β-éthylacroléine	»	80-85	5	0	$C_{11}H_{20}O_2$; F 65°; $É_{15}$ 133-135°
α-éthyl β-propylacroléine	»	1-2	10	0	$C_{13}H_{24}O_2$; $É_{15}$ 143°; n_D^{20} 1,4795; d_4^{19} 0,941

L'interprétation de ces résultats fait appel à des considérations stériques et électroniques. Au moment de la soudure des radicaux, formés à la surface du métal utilisé pour la réduction, la formation du glycol mixte dépend des facilités d'approche des radicaux d'espèce différente, ceux issus de l'aldéhyde étant davantage fixés au métal. Un groupe méthyle en α chez l'aldéhyde est encombrant; un groupe méthyle en β plus qu'un éthyle, par hyperconjugaison, favorise la formation du radical conduisant au glycol. Mais par ailleurs l'existence d'un méthyle en position d'hyperconjugaison pour la cétone peut empêcher la formation du radical qui conduira au glycol. Même prises isolément, les cétones α-éthyléniques β-méthylées ne conduisent pas au glycol par réduction, ainsi l'oxyde de mésityle n'a guère donné de glycol αα′ diéthylénique. Les rendements en glycol mixte sont souvent quasi quantitatifs, et alors leur formation

est stéréospécifique et fournit un seul des isomères conformationnels possibles.

Les rendements et les constantes des produits obtenus sont résumés dans le tableau I.

Le phénomène de réduction stéréospécifique a déjà été constaté dans la réduction de l'acétophénone par différents métaux. Elle fournit l'isomère *méso I*; on suppose ici par analogie avoir obtenu l'isomère *érythro II*.

(I) (II)

La structure des glycols mixtes a été démontrée par différents procédés : hydrogénation, coupure au tétracétate de plomb et identification des produits obtenus, transposition pinacolique de ces α-glycols en aldéhydes α-trisubstitués (cette transposition réussit assez mal en raison de l'abondante résinification), hydrogénation de l'aldéhyde transposé et oxydation en un acide acétique α-trisubstitué reproduit par synthèse directe.

La transposition sur oxyde de zinc de ces α-glycols diéthyléniques conduit à des acétylcyclopentènes, comme les α glycols bi-secondaires et bi-tertiaires α, α'-diéthyléniques (²).

Un Mémoire plus développé paraîtra dans une autre revue, (*voir* aussi (³)).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(¹) J. Wiemann, *Ann. Chim.*, (2), 5, 1936, p. 311; G. Laude et J. Wiemann, *Bull. Soc. Chim.*, (5), 13, 1946, p. 256.

(²) E. Urion, *Ann. Chim.*, (11), 1, 1934, p. 68; J. Wiemann, *Bull. Soc. Chim.*, 1960, p. 1458.

(³) Mlle M. R. Monot, *Thèse de doctorat ès sciences physiques* soutenue le 20 décembre 1960 devant la Commission d'examen.

(*Laboratoire de Chimie organique structurale, 24, rue Lhomond, Paris, 5e.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réaction des carbènes sur les ène-ynes conjugués.*

Note (*) de Mme **Liliane Vo-Quang** et M. **Paul Cadiot**, présentée par M. Georges Champetier.

La réaction du dichloro- et du dibromocarbène sur les ène-ynes conjugués s'arrête à la monoaddition sur la double liaison. Les éthylnycyclopropanes présentent les réactions habituelles de l'hydrogène acétylénique vrai.

La chimie des carbènes se développe rapidement depuis quelques années [1], [2]. Si ces réactifs s'additionnent facilement aux éthyléniques pour former des cyclopropanes, leur réaction avec les acétyléniques paraît beaucoup moins aisée [3], [4] et la structure exacte des produits formés prête encore à discussion. Le cas des diènes conjugués a été étudié [5], [6], les auteurs ont montré que la réaction se borne à une monoaddition engendrant un alcénylcyclopropane.

Il nous a paru intéressant d'examiner l'action des carbènes sur les systèmes conjugués comportant au moins une triple liaison : ène-ynes $>C{=}C(-)-C{\equiv}C-$ et diynes $-C{\equiv}C-C{\equiv}C-$.

Nous désirons reporter ici les premiers résultats que nous avons obtenus par addition des dichloro- et dibromocarbènes sur les ène-ynes conjugués acétyléniques vrais (I). Comme on pouvait s'y attendre, l'attaque se produit sélectivement sur la double liaison avec formation d'un éthynyl-dihalocyclopropane (II) :

$$>C{=}C(-)-C{\equiv}CH \xrightarrow{CX_2} >C-C<(C{\equiv}CH) \text{ (cycle fermé par } CX_2)$$

(I) (II)

Nous avons généralement utilisé les conditions opératoires suivantes : l'haloforme CHX_3 (X=Cl ou Br) (0,1 mole) est ajouté lentement à un mélange d'ène-yne (I) (0,1 mole) et de tertiobutylate de potassium sec (0,12 mole) dans du pentane (75 ml), vers — 20 à — 30°. Les produits formés sont extraits après un repos de 3 à 5 h entre 0 et 10°.

Nous avons groupé les résultats obtenus dans le tableau ci-après.

Nous nous sommes assurés de la structure des composés (II) obtenus : par leur analyse élémentaire, le dosage spécifique de l'hydrogène acétylénique vrai et l'examen des spectres infrarouges. Ces derniers présentent les bandes caractéristiques $C{\equiv}C$ à 2 140 cm^{-1} et $\equiv C-H$ à 3 300 cm^{-1} et sont dépourvus de la bande $CH{=}CH$ conjuguée à 1 660 cm^{-1} des ène-ynes (I).

Ene-ynes I	Ethynyl-dihalo-cyclopropanes II Formules	E °C/mm	Rdts %
$CH_2=C(CH_3)-C\equiv CH$	1-méthyl-1-éthynyl-2,2-dichlorocyclopropane (Cl Cl)	39/10	65
	1-méthyl-1-éthynyl-2,2-dibromocyclopropane (Br Br)	77/20	35
$CH_3-CH=C(C_2H_5)-C\equiv CH$	CH_3, C_2H_5, $C\equiv CH$ cyclopropane (Cl Cl)	69/18	40
1-éthynylcyclopentène ($C\equiv CH$)	éthynyl-dichloro-bicyclo (Cl Cl)	89/10	35
1-éthynylcyclohexène ($C\equiv CH$)	éthynyl-dichloronorcarane (Cl Cl)	99/10	45
	éthynyl-dibromonorcarane (Br Br)	130/5	50

Les éthynylcyclopropanes chlorés (II) (X=Cl) sont relativement stables. Leurs analogues bromés (II) (X=Br) le sont beaucoup moins, ils brunissent rapidement à l'air et se décomposent partiellement lors de la distillation; ce qui rend leur isolement et leur analyse assez délicats.

L'halogène des composés (II) est peu mobile ([3]), sa minéralisation quantitative a pu être réalisée dans quelques cas par ébullition pendant 2 à 3 h avec la potasse 2 N dans le diéthylèneglycol.

Ces composés (II) présentent les réactions habituelles de l'hydrogène acétylénique vrai : c'est ainsi que la carbonatation du magnésien de l'éthynyldichloronorcarane fournit l'acide (III) (F 90°, Rdt 40 %).

$C\equiv C-CO_2H$ (dichloronorcarane, Cl Cl) III

(*) Séance du 29 mai 1961.

(1) I. L. Knouniants, N. P. Gambarian et E. M. Rokhlin, *Usp. Khim.*, 27, 12, 1958, p. 1361.

(2) J. Leitich, *Oster. Chem. Ztg.*, 61, 1960, p. 164.

(3) R. Breslow, R. Winter et M. Battiste, *J. Org. Chem.*, 24, 1959, p. 415.

(4) D'Yakonov, *Zh. Obshch. Khim.*, 29, 1959, p. 1749.

(5) R. C. Woodworth et P. S. Skell, *J. Amer. Chem. Soc.*, 79, 1957, p. 2542.

(6) W. von E. Doering et Wm. A. Henderson Jr., *J. Amer. Chem. Soc.*, 80, 1958, p. 5274.

(7) W. von E. Doering et A. K. Hoffmann, *J. Amer. Chem. Soc.*, 76, 1954, p. 6162.

(Laboratoire de Chimie organique,
École Nationale Supérieure de Chimie,
11, rue Pierre-Curie, Paris, 5e.)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation des oxy-3 triazoles-1.2.4.* Note (*) de M. **Marcel Pesson** et Mlle **Simone Dupin**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

En présence de méthylate de sodium, les aryl-4 semicarbazides se condensent avec le formiate d'éthyle pour conduire directement aux oxy-3 aryl-4 triazoles-1.2.4. Avec les esters d'acides gras supérieurs, la réaction donne les acyl-1 aryl-4 semicarbazides qui peuvent être cyclisées en oxytriazoles par chauffage avec la soude aqueuse. Le carbonate d'éthyle se condense aisément avec les aryl-4 semicarbazides, on obtient ainsi directement les aryl-4 urazoles.

Dans le but d'étendre aux oxy-3 triazoles-1.2.4 la réaction que nous avons précédemment décrite pour la préparation des mercapto-3 triazoles-1.2.4 ([1]), nous avons étudié la condensation des aryl-4 semicarbazides et des esters d'acides organiques.

Le formiate d'éthyle (1 mol) et la phényl-4 semicarbazide (1 mol) chauffés 6 h à reflux dans le méthanol en présence de 2 mol de méthylate de sodium donnent, après évaporation du solvant, reprise par l'eau, filtration et acidification, l'oxy-3 phényl-4 triazole-1.2.4 (I), F 186° ([2]) (calculé %, C 59,62; H 4,38; N 26,07; trouvé %, C 59,44; H 4,59; N 26,47) (Rdt 60 %). La structure de cet oxytriazole a pu être prouvée : 1° par cyclisation de la formyl-1 phényl-4 semicarbazide (II), F 180° obtenue elle-même par action de l'acide formique sur la phényl-4 semicarbazide (calculé %, C 53,62; H 5,06; N 23,45; trouvé %, C 53,5; H 5,46; N 23,71); 2° par désulfuration, au moyen de nickel Raney, le phényl-4 thiourazole (III) conduit à l'oxy-3 phényl-4 triazole-1.2.4 identique à (I); 3° $POCl_3$ réagit sur (I) pour donner le chloro-3 phényl-4 triazole-1.2.4 (IV), F 118° (calculé %, C 53,49; H 3,36; N 23,39; trouvé %, C 53,44; H 3,64; N 23,74) qui, par action de la thiourée à l'ébullition dans l'alcool, puis de la soude 2 N, conduit au mercapto-3 phényl-4 triazole, F 170° (V), identique au produit précédemment décrit ([1]).

$C_6H_5—NH—CONH—NH_2 + H_5C_2OOCH$ $OCH—NH—NH—CO—NH—C_6H_5$ (II)

CH_3ON

X— (triazole) —N—C_6H_5 { (IV) X = —Cl ; (V) X = —SH }

HO— (triazole) —N—C_6H_5 ← Ni Raney — HO— (triazole) —SH, N—C_6H_5 (III)

La condensation du formiate d'éthyle a pu être également réalisée avec la paraéthoxyphényl-4 semicarbazide et la parachlorophényl-4 semicarbazide qui ont conduit respectivement à l'oxy-3 paraéthoxyphényl-4 triazole-1.2.4, F 182° (calculé %, C 58,53; H 5,4; N 20,48; trouvé %, C 58,43; H 5,73; N 20,45) (Rdt 35 %) et à l'oxy-3 parachlorophényl-4 triazole-1.2.4,

F 200° (calculé %, C 49,11; H 3,09; N 21,48; trouvé %, C 49,27; H 3,2; N 21,76) (Rdt 42,5 %).

Avec les esters d'acides gras supérieurs, la condensation de la phényl-4 semicarbazide en présence de méthylate de sodium ne permet d'obtenir que les acyl-1 phényl-4 semicarbazides. Ainsi, l'acétate d'éthyle conduit à l'acétyl-1 phényl-4 semicarbazide (VI) (calculé %, C 55,95; H 5,74; N 21,75; trouvé %, C 55,80; H 5,92; N 21,70). Cette substance fond en deux temps, première fusion : 164°, deuxième fusion : 174°; elle est identique à celle préparée par acétylation de la phényl-4 semicarbazide ([3]), elle peut être cyclisée par chauffage avec la soude aqueuse 4 N : on obtient ainsi l'oxy-3 phényl-4 méthyl-5 triazole-1.2.4 (VII) qui retient fortement l'eau de cristallisation et doit être séché à 120° sous vide, F 156° (calculé %, C 61,7; H 5,18; N 23,99; trouvé %, C 61,92; H 5,48; N 24,1). Des travaux récents ([4]) étudient la cyclisation des acyl-semicarbazides par les solutions alcalines.

$$C_6H_5{-}NH{-}CO{-}NH{-}NH_2 + H_5C_2OCOR \rightarrow C_6H_5{-}NH{-}CO{-}NH{-}NH{-}COR$$

(VI) $R = -CH_3$

(VIII) $R = -CH_2-N$(ring)

(VII) $R = -CH_3$

(IX) $R = -CH_2-N$(ring)

La phényl-4 semicarbazide et l'α-pipéridinoacétate d'éthyle ont donné, en présence de méthylate de sodium, l'α-pipéridinoacétyl-1 phényl-4 semicarbazide (VIII), F 173° (calculé %, C 60,85; H 7,30; N 20,28; trouvé %, C 60,43; H 7,51; N 20,19) qui retient 0,5 mol d'alcool par recristallisation dans ce solvant. (VIII) est identique au produit obtenu par condensation de l'hydrazide de l'acide α-pipéridinoacétique et de l'isocyanate de phényle. Par traitement à la soude 4 N, (VIII) conduit à l'oxy-3 phényl-4 pipéridinométhyl-5 triazole-1.2.4 (IX), F 160° (calculé %, C 65,09; H 7,02; N 21,69; trouvé %, C 64,84; H 7,48; N 22,12).

De même, la condensation de la parachlorophényl-4 semicarbazide et du pipéridinoacétate d'éthyle a donné l'α-pipéridinoacétyl-1 parachlorophényl-4 semicarbazide, F 198-200° (calculé %, C 54,19; H 6,12; N 18,06; trouvé %, C 54,08; H 6,25; N 17,96) cyclisée par la soude 4 N en oxy-3 parachlorophényl-4 pipéridinométhyl-5 triazole-1.2.4, F 175° (calculé %, C 57,43; H 5,81; N 19,18; trouvé %, C 57,58; H 5,81; N 19,84).

La condensation des aryl-4 semicarbazides (1 mol) et du carbonate d'éthyle (1 mol) en présence de méthylate de sodium (2 mol) conduit directement aux aryl-4 urazoles correspondants avec des rendements voisins de 70 %.

$$CO\begin{matrix}\diagup NH-NH_2 \\ \diagdown NH-C_6H_4R\end{matrix} + \begin{matrix}C_2H_5O\diagdown \\ C_2H_5O\diagup\end{matrix}CO \rightarrow \text{HO—C}\begin{matrix}N=N \\ \diagdown N \diagup\end{matrix}\text{C—OH (N-}C_6H_4R)$$

(X) R = —H, (XI) R = —Cl, (XII) R = $-OC_2H_5$

Ainsi nous avons obtenu : à partir de la phényl-4 semicarbazide, le phényl-4 urazole (X), F 209° (produit anhydre) déjà connu [5]; à partir de la parachlorophényl-4 semicarbazide, le parachlorophényl-4 urazole (XI), F 236° (calculé %, C 45,4; H 2,85; N 19,85; trouvé %, C 45,36; H 2,85; N 20,14), à partir de la paraéthoxyphényl-4 semicarbazide, le paraéthoxyphényl-4 urazole (XII), F 238-240° (calculé %, C 54,29; H 5,01; N 19; trouvé %, C 54,25; H 5,26; N 19,53).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) M. Pesson, G. Polmanss et S. Dupin, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 1677.

(2) Les produits analysés ont été séchés sous vide à 110°. Les points de fusion sont pris au bloc Köfler.

(3) A. Burkhardt, *J. prakt. Chem.*, 58, n° 2, 1898, p. 223.

(4) H. Gehlen et W. Shade, *Naturwissenschaften*, 24, 1959, p. 667.

(5) J. Thiele et O. Stange, *Ann. Chem.*, 283, 1894, p. 45.

GÉOLOGIE. — *Le dépôt des argiles conservées au Sud de Quimper (Finistère), sous les formations marines pliocènes, s'est terminé au début de l'Oligocène.* Note (*) de Mlles **Janine Choux**, **Suzanne Durand** et M. **Yves Milon**, présentée par M. Pierre Pruvost.

L'âge des niveaux supérieurs exploités à Toulven (kaolinite et halloysite hydratée) a pu être déterminé par l'analyse pollinique. Les derniers témoins de la végétation remontent au moins au début de l'Oligocène. L'étude sédimentologique établit l'origine marine des sables et galets qui ravinent les argiles et peuvent être attribués au Pliocène.

La carte géologique au 80 000e (feuille de Châteaulin) indique, au Sud de Quimper, un placage de sable et galets de quartz roulés (notés P^b) avec les argiles de Toulven intercalées vers leur base (notées P^a). La carte au 320 000e (feuille de Brest-Lorient) précise l'âge pliocène des sables et galets et rapporte l'argile de Toulven au Redonien. Le Docteur Picquenard [1] considérait les sables et galets comme contemporains des grès ladères connus dans la région, à l'état de blocs plus ou moins volumineux et de fragments épars et il plaçait les argiles dans l'Éocène. M. Guilcher [2] n'aborde pas la question de l'âge des argiles, mais rapporte les galets supérieurs au « Monastirien ». L'âge éocène des grès ladères a été établi par l'étude des empreintes végétales découvertes en plusieurs points du bassin [3].

Les résultats fournis par une nouvelle prospection de la région et l'étude au laboratoire des divers sédiments actuellement bien visibles au-dessus du socle ancien seront exposés dans une publication détaillée. Nous avons pu constater que la répartition aux environs de la chapelle Saint-Tudy des fragments de grès éocènes ayant livré des témoins d'une flore de caractère tropical s'explique par leur remaniement à la base des sables et graviers rouges (P^b des cartes). L'origine marine de ces dépôts grossiers est établie par leurs caractères sédimentologiques; leur répartition jusqu'aux environs de l'altitude 60 m et les différences qu'ils présentent avec les sables et galets localisés sur le littoral (notamment aux environ de Bénodet) sont en faveur de leur âge pliocène.

Les échantillons recueillis dans les fronts de taille de la carrière de Menezbily qui entame les argiles dites de Toulven, sous les sables rouges à galets, montrent que le dépôt, dont l'épaisseur dépasse 20 m, est formé de zones lenticulaires alternativement constituées de kaolinite et d'halloysite hydratée. Des passées sableuses interrompent la sédimentation argileuse dont certaines zones très noires ont livré une abondante série de spores et de grains de pollen.

Un échantillon prélevé au sommet du front de taille Nord, immédiatement sous les sables, offre le spectre pollinique suivant établi d'après la

classification de R. Potonié (4) et les travaux de palynologistes allemands [Thomson et Pflug (5), Krutzsch (6)] : *Leiotriletes neddeni*, 1,9 %; *L. microadriennis*, 7,4; *L. asp. sinuosoides*, 1,9; *Intrapunctisporis* sp., 0,6; *Stereisporites* sp., 0,6; *Triplanosporites sinuosus*, 2,4; *Toripunctisporis* sp., 0,6; *Verrucosisp. quintus*, 3,8; *Trilites asolidus*, 1,2; *Lævigatosp. haardti*, 1,9; *L. discordatus*, 3,1; *Cicatricososporites* sp., 0,6; *Pityosporites microalatus*, 2,4; *Inaperturopoll. dubius*, 3,1; *I.* cf. *magnus*, 2,4; *I. emmaensis*, 7,4; *Monocolpopoll.* sp. (Cycadales ?), 1,9; *M.* cf. *ingens*, 1,2; *M. tranquillus*, 2,4; *M. areolatus retareolatus*, 1,9; *M. areolatus areolatus*, 3,8; *Tricolpopoll. henrici*, 1,2; *T. microhenrici*, 9,3; *T. liblarensis*, 2,4; *T. liblarensis fallax*, 5,1; *Tricolporopoll. pacatus*, 0,6; *T. pseudocingulum*, 1,9; *T. cingulum fusus*, 2,4; *T. cingulum pusillus*, 0,6; *T. megæxactus exactus*, 0,6; *Triatriopoll. excelsus semiturgidus*, 0,6; *T. excelsus microturgidus*, 0,6; *T. rurensis*, 3,1; *T. bituitus*, 1,2; *T. coryphæus punctatus*, 8,6; *T. coryphæus microcoryphæus*, 4,9; *T. plicatus*, 0,6; *Ovoidites* formes lisses, 3,1; *Micrhystridium*, 0,6.

La rareté des pollens à ballonnets situe le spectre dans le « Tertiaire ancien » (Éocène-Oligocène inférieur); parmi les formes dont l'extension est limitée dans le temps, toutes sont connues dans le Tertiaire ancien et aucune ne dépasse la base de l'Oligocène moyen; plusieurs formes n'ont pas été signalées jusqu'à présent au-dessus du Lutétien. *Inaperturopoll. emmænsis* est, dans l'état actuel des recherches, l'élément le plus récent de l'assemblage pollinique de Toulven. Décrit par Mürriger et Pflug (7) dans le Chattien d'Allemagne, il a été trouvé dans les argiles à *Melania* de l'Oligocène inférieur de la région de Borken [Brosius et Gramann (8)]. Le spectre pollinique du niveau supérieur de Toulven a un cachet un peu plus ancien que celui des argiles de Landéan (9) daté du sommet de l'Oligocène inférieur (10); il est plus récent que celui des argiles à *Cicatricosisporites dorogensis* du bassin de Rennes (11). Il représente une végétation datant de l'Éocène supérieur et ayant pu atteindre le début de l'Oligocène.

Les échantillons recueillis à des niveaux inférieurs ne contiennent pas *I. emmænsis*, leurs spores les rapprochent des formations lutétiennes d'Allemagne; leurs assemblages polliniques présentent quelques variations d'ordre qualitatif et quantitatif; il faut signaler dans l'un d'eux la présence de pollen de Nyssacées connues à l'état de graines parmi les empreintes étudiées par Mrs Reid.

La découverte des sporomorphes enrichit les données paléobotaniques fournies par l'étude des grès; les rapprochements entre les spores dispersées et les formes actuelles doivent être prudents, mais on peut cependant admettre la présence de Fougères (Osmondes, Cyathéacées, Gleichéniacées, Schizéacées); à côté des Abiétacées encore rares, les Gymnospermes comptaient surtout des Cupressacées et sans doute des Cycadales; *Monocolpopoll. areolatus* correspond vraisemblablement aux Palmiers Sabals; les pollens des Cupulifères de la haute forêt (groupe *liblarensis*) se mélangent aux anémophiles de la forêt marécageuse (groupe *cingulum*). Les *Tetracolporopollenites*

sont rapprochés des Sapotacées et les *Triatriopollenites* correspondent probablement aux Myricacées.

Les argiles noires dépourvues de débris ligneux ne représentent pas une formation de tourbière; elles ont conservé des éléments apportés par le vent ou entraînés par des eaux chargées de matières humiques. La variété des assemblages polliniques reflète sans doute un type particulier de végétation formée de bouquets d'arbustes, de composition différente. Les uns devaient être dispersés sur un sol relativement sec constitué de sables et galets; les autres groupant les formes marécageuses (Nyssacées, groupe *cingulum*, Osmondes) devaient occuper les domaines plus humides dont les eaux noires s'écoulaient vers la cuvette à sédimentation argileuse. Les microorganismes végétaux confirment le caractère tropical, ou subtropical, d'une végétation qui a été comparée à celle des « mattos » du Brésil (Mrs Reid) et fournissent de nouvelles précisions sur la paléogéographie indiquée déjà par la répartition des sédiments : les grès plus ou moins grossiers ayant conservé les empreintes des plantes éocènes et, dans les enclaves à grain fin, une abondante microfaune marine ([12]), devaient occuper la zone intercotidale en bordure de la mer qui a envahi la région au début du Tertiaire; les argiles se sont accumulées dans une zone restreinte dont la profondeur totale n'est pas connue.

La micropaléontologie montre que le dépôt de ces argiles s'est terminé au début de l'Oligocène inférieur; cette formation est nettement distincte des sables et galets qui la recouvrent et que nous pensons pouvoir être rapportés à la dernière grande transgression tertiaire.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) Ch. Picquenard, *Bull. Soc. Géol. Min. de Bretagne*, 3, fasc. 3, 1922, p. 211-224.
([2]) A. Guilcher, *Thèse*, 1948, p. 177.
([3]) E. Reid, *Bull. Soc. Géol. Min. de Bretagne*, 8, 1930, p. 36-65.
([4]) R. Potonié, *Beihefte zum geolog. Jahrbuch*, Heft 39, 1960.
([5]) P. W. Thomson et H. Pflug, *Paleontographica*, Bd. 94, 1953, Abt. B, Lief 1-4.
([6]) W. Krutzsch, *Geologie Jahrg.*, 8, n°s 21-22, 1959, p. 1-425.
([7]) Murriger et H. Pflug, *Notizblatt. hessich. landesantes Bodenf. zu Wiesbaden*, (VI), 3, 1952, p. 56-66.
([8]) M. Brosius et F. Gramann, *Z. deutsch. geol. Gesell.*, Bd. III, 1959, 1. Teil, p. 182-197.
([9]) S. Durand, *Bull. Soc. Géol. Min. de Bretagne*, nouv. série, 1959, fasc. 2, p. 71-80.
([10]) R. Rey, *Bull. Soc. Géol. Min. de Bretagne*, nouv. série, 1959, fasc. 2, p. 35-70.
([11]) S. Durand, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2067.
([12]) Y. Milon, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1261.

(*Institut de Géologie, Faculté des Sciences, Rennes.*)

GÉOLOGIE MARINE. — *Présence de quatre niveaux du Quaternaire marin sur la côte méditerranéenne du Maroc, à l'Est de Ras-Tarf (cap Quilatès).* Note (*) de MM. **André Jeannette**, **Fernand Joly** et **Gérard Maurer**, transmise par M. Jacques Bourcart.

La région d'Annoual-Boudinar est une dépression ouverte largement vers la côte méditerranéenne à l'Est de la vallée du Nekor et dont le remplissage miocène comporte des marnes bleues et des conglomérats quartzitiques ou basaltiques fortement déformés. Dans la partie nord-ouest du bassin quatre niveaux quaternaires marins peuvent être identifiés.

1. Un premier niveau très continu, situé à 5-6 m au-dessus du niveau de la mer, s'inscrit dans des conglomérats basaltiques; il est limité sur le front de mer par un abrupt de falaise actuel, et vers l'intérieur des terres par un ressaut continu de 10 à 15 m de hauteur. Ce niveau est couvert d'une lumachelle à débris grossiers où M. G. Lecointre a déterminé des espèces typiquement tyrrhéniennes (*Patella safiana*, *Patella ferruginea*, *Cyclostoma* et *Cassis saburon*). Par son étendue, sa continuité, son altitude et sa faune, ce niveau peut être parallélisé avec l'Ouljien, défini sur la côte atlantique marocaine [1].

Cette plage marine a été recouverte par des débris continentaux, dépôts de versants fossilisant l'ancien pied de falaise, ou, au débouché des oueds, dépôts fluviaux comprenant des galets de petite taille. Une mince croûte calcaire recouvre l'ensemble.

2. Un deuxième niveau marin ou *niveau du phare de Ras-Tarf* se traduit par un plateau qui s'élève de 20 m près de la ligne de rivage actuel jusqu'à 70 m au Sud, où il vient buter contre des versants à forte pente qui limitent un nouvel étage de plateaux situés à 120-130 m.

Sur cette plate-forme se superposent deux types de dépôts : un complexe fluvio-marin et des dépôts continentaux. Le complexe fluvio-marin repose sur une surface d'abrasion et comprend des lumachelles peu consolidées et souvent rubéfiées; parfois cet horizon fait place à une forte épaisseur de galets fluviatiles. Ce complexe fluvio-marin, déformé, disparaît au pied de l'abrupt intérieur, à l'altitude constante de 60-70 m, en prenant une allure entièrement continentale. Il contient, notamment sur la rive gauche de l'oued Iaboutene, de nombreux exemplaires de *Pectunculus cor* Lmk, avec *Cardium echinatum*, *Pectunculus pilosus* et *Spondylus* (déterminations de M. G. Lecointre). Ces dépôts rappellent les équivalents anfatien ou rabatien de la côte atlantique, c'est-à-dire tyrrhénien ancien [2].

Ce complexe fluvio-marin est partout recouvert de dépôts franchement continentaux où alternent des lits de galets de petite taille et des lits limoneux rose pâle, assez fortement inclinés, donnant l'impression d'une mise en place fluviatile. Une épaisse croûte calcaire les recouvre. Cet épisode

continental, qui a succédé à la phase fluvio-marine rabatienne ou anfatienne, est vraisemblablement d'âge tensiftien [3].

3. Les deux derniers niveaux marins, les plus élevés, sont voisins l'un de l'autre.

a. Les dépôts marins supérieurs ou « *haut* » *niveau de Trifa*, qui couronnent des collines d'altitude 150-250 m, sont très discontinus et très déformés; reposant en discordance sur le Miocène marneux ou conglomératique, ce sont tantôt des bancs de gros galets de quartzites à façonnement marin, tantôt une lumachelle grise très compacte, atteignant parfois 10 m d'épaisseur, souvent surmontée d'une dune et contenant en abondance des balanes et des lamellibranches du type *Pecten jacobeus* L. avec *Anomia ephippium* L. dont un exemplaire de la variété *costata* et des huîtres dont *Pycnodonta cochlear* Poli (déterminations de M. G. Lecointre). Le dépôt ressemble beaucoup à ceux de faciès moghrébien identifiés sur le littoral atlantique [4] et aux niveaux calabriens du littoral oranais [5], [6].

Des formations continentales et des dunes, atteignant 10 m d'épaisseur, couvrent parfois ces dépôts marins; ailleurs on observe le passage continu de la formation marine « moghrébienne » à la base d'un dépôt entièrement continental de 20 m d'épaisseur, constitué d'une alternance de lits de blocs de quartzites très mal émoussés, dont certains atteignent une grande taille, et de lits limoneux assez grossiers de couleur rouge, de plus en plus nombreux et épais dans la partie supérieure de la coupe. Ces dépôts continentaux présentent les caractères communs à toutes les accumulations villafranchiennes (= moulouyiennes) qui couvrent une grande partie des bassins internes et des bordures de la montagne rifaine [7]. Ce Villafranchien supérieur reposerait donc normalement sur le Moghrébien-Calabrien.

b. Vers le Nord, les plateaux à 100-130 m sont couronnés, sur une faible épaisseur, par une seconde formation fluvio-marine : le *bas niveau de Trifa*. Les fossiles y sont beaucoup plus rares et les dépôts fluviaux et côtiers à stratification entrecroisée l'emportent très nettement. Les galets y sont de taille beaucoup plus petite et l'ensemble a partout une couleur rouge; il est couronné sur plusieurs mètres par des dépôts fluviatiles limoneux.

Ce nouveau complexe fluvio-marin est postérieur au « haut » niveau de Trifa. Il se trouve en effet souvent en contre-bas de ce dernier, séparé par un ressaut topographique d'une vingtaine de mètres qui représente peut-être l'emplacement d'une ancienne falaise, et il paraît beaucoup moins déformé. En certains points cependant, cet abrupt disparaît et la formation fluvio-marine rouge ravine directement le complexe lumachellique gris ou la dune identifiés comme moghrébiens. Cette position stratigraphique et morphologique permet de lui attribuer un âge sicilien (= Messaoudien probable) [2].

Ainsi, quatre niveaux marins s'étagent dans la partie nord-ouest du bassin miocène d'Annoual-Boudinar.

Les deux niveaux inférieurs sont d'âge ouljien pour le plus bas, anfatien ou rabatien, c'est-à-dire tyrrhénien ancien pour le second.

Nous pensons que le plus ancien des deux niveaux supérieurs représente l'équivalent du Moghrébien ; dans la chronologie méditerranéenne, il faudrait sans doute l'assimiler au Calabrien. D'épais dépôts du Villafranchien supérieur le recouvrent ; par contre, le niveau postérieur pourrait être d'âge messaoudien (Sicilien).

Ainsi apparaissent des possibilités de corrélation stratigraphique et d'extension terminologique entre les rivages atlantique et méditerranéen marocains, qui préciseraient le schéma proposé par Y. Gourinard et M. Gigout (8). Les similitudes d'aspect lithologique et les faunes abondantes permettent en tous cas un fructueux rapprochement.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) M. Gigout, *Notes et M. Serv. géol. Maroc*, n° 86, 1951.

(2) P. Biberson, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 1958, p. 67.

(3) G. Choubert, F. Joly, M. Gigout, J. Marçais, J. Margat et R. Raynal, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 504.

(4) G. Choubert et R. Ambroggi, *Notes Serv. géol. Maroc*, 8, 1953, p. 3.

(5) R. Laffitte, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 217.

(6) Y. Gourinard, *XIXe Congr. géol. int.*, monogr. région., 1re série, n° 22, 1952.

(7) P. Biberson, G. Choubert, A. Faure-Muret et G. Lecointre, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 938.

(8) M. Gigout et Y. Gourinard, *Actes IVe Congr. int. Quaternaire*, Rome-Pise, 1953, publ. 1956, II, p. 593.

(*Service géologique du Maroc, Institut scientifique chérifien, lycée Gouraud, Rabat.*)

STRATIGRAPHIE. — *Corrélation entre le Lédien du bassin de Bruxelles et le Lutétien supérieur du bassin de Paris.* Note (*) de M. CHARLES POMEROL, transmise par M. Jacques Bourcart.

Le Lédien belge s'oppose à l'Auversien du bassin de Paris à la fois par ses caractères lithologiques et paléontologiques. Il se rapproche au contraire du Lutétien supérieur par sa microfaune, Foraminifères et Ostracodes.

Dans une précédente Note, rédigée en collaboration avec Mme Le Calvez [1], nous avions indiqué les différences de répartition des Foraminifères entre le Lédien belge et l'Auversien du bassin de Paris. *A ce contraste paléontologique s'ajoute une opposition lithologique*, bien marquée dans la granulométrie et les associations de minéraux lourds des dépôts sableux, lédiens et auversiens.

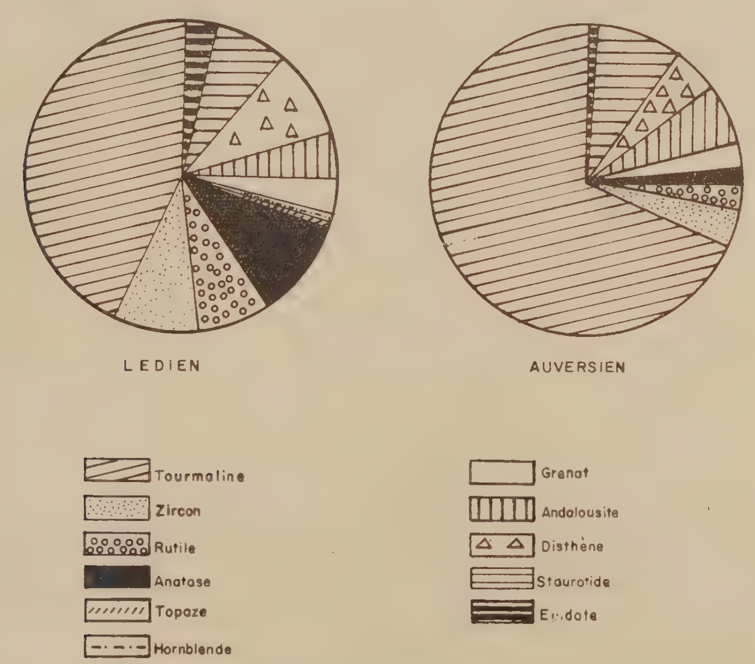


Fig. 1. — Diagramme comparatif des teneurs moyennes en minéraux lourds des sables lédiens (bassin de Bruxelles) et auversiens (Noyonnais et Laonnois).

Au-dessus du gravier de base, les sables lédiens sont beaucoup plus fins (médiane : 0,07 à 0,10 mm) que les sables auversiens (médiane : 0,12 à 0,20 mm). Leur teneur en glauconie est aussi beaucoup plus élevée, ce minéral étant rare dans l'Auversien. D'autre part, les associations de minéraux lourds de ces deux formations sont très différentes. Dans le Lédien, la tourmaline (30 à 50 %) est suivie par le zircon, l'anatase et le rutile (*fig.* 1). Parmi les minéraux de métamorphisme, qui représentent

moins de 25 % de la fraction lourde, c'est le *disthène* qui prédomine suivi par la staurotide. L'épidote et le grenat existent en quantité notable. Au contraire, dans les sables auversiens la *proportion de tourmaline est considérable*. Elle peut atteindre 80 % et sa valeur moyenne est de 70 %. Corrélativement le zircon, le rutile et l'anatase existent en beaucoup moins grande quantité. Par contre, les minéraux de métamorphisme sont à peu près aussi abondants que dans le Lédien belge, mais leur répartition est différente. C'est la *staurotide* qui prédomine, suivie par l'andalousite et enfin le disthène. Le grenat est un peu moins abondant et l'épidote beaucoup plus rare. Ainsi, par l'origine de leurs matériaux détritiques et leurs conditions de sédimentation, *les dépôts lédiens et auversiens appartiennent bien à deux bassins différents*. Mais, alors, se pose la question de savoir si ces dépôts sont contemporains.

Leur synchronisation a été fondée sur la présence commune de *Nummulites variolarius*. Or ce Foraminifère, considéré par Curry [2] comme l'ancêtre de *N. rectus*, *N. orbignyi*, *N. prestwichianus* (*N. wemmellensis*), cantonnées dans le bassin anglo-belge, semble bien avoir ce même bassin comme berceau. Il ne serait alors pas étonnant qu'elle ait atteint plus tard le bassin de Paris, étroitement isolé à l'Éocène supérieur. Par ailleurs, il est intéressant de constater qu'*Orbitolites complanatus* et *Ditrupa strangulata*, si abondants dans les zones supérieures du Lutétien du bassin de Paris, se rencontrent fréquemment en Belgique, dans tous les gisements fossilifères du Lédien.

Mais surtout, presque tous les Foraminifères et les Ostracodes du Lédien belge, appartiennent aux mêmes espèces que ceux du Lutétien supérieur du bassin de Paris. En ce qui concerne les Ostracodes, M. Apostolescu a déterminé la microfaune suivante dans des échantillons en provenance de Forest et de Bambrugge :

Schizocythere appendiculata Triebel; *S. tessellata* (Bosquet); *Cytheretta eocænica* Keij; *C. costellata* (Roemer); *C. crassivenia* Apostolescu; *C. concinna* Triebel; *C. brambruggensis* Keij; *Leguminocythereis genappensis* Keij; *L. striatopunctata* (Roemer); *L. scrobiculata* (Munster); *Bairdoppilata gliberti* Keij; *Alatacythere cornuta* (Roemer); *Monsmirabilia subovata* (Roemer); *M. foveolata* (Bosquet); *M. oblonga* (Apostolescu); *Cytherelloïdea dameriacensis* Apostolescu; *C. hyeroglyphica* (Bosquet); *Triginglymus bosquetiana* (Jones et Sherborn); *Bradleya kaaschiteri* Keij.

Dix-huit espèces sur dix-neuf sont typiquement lutétiennes. La dernière, *Bradleya kaaschiteri* était considérée comme caractéristique du Lédien [3] jusqu'à sa découverte par Keij [4] dans le Lutétien supérieur de Damery.

Une telle concordance de microfaune ne peut être considérée comme fortuite, et la similitude des associations de Foraminifères et d'Ostracodes a certainement plus de valeur stratigraphique que des considérations s'appuyant sur une seule espèce de Nummulites. C'est pourquoi il me semble logique d'établir *une corrélation stratigraphique entre le Lédien belge et le Lutétien supérieur du bassin de Paris*. Deux conséquences découlent

de cette hypothèse : l'une serait l'*abandon du terme Lédien dans l'échelle stratigraphique du bassin de Paris*, l'autre serait de poser une fois de plus *le problème des rapports de l'Auversien du bassin de Paris avec le Bartonien anglo-belge*.

Il apparaît d'ailleurs probable qu'une corrélation rigoureuse, s'appuyant sur des surfaces isochrones, se heurtera à de grandes difficultés dans des bassins aussi particuliers que ceux de Paris, de Bruxelles, de Londres et du Hampshire. La brièveté de nos étages éocènes par rapport à ceux des séries primaire et secondaire, exigerait peut-être le regroupement de certains d'entre eux dans des subdivisions de valeur plus générale, pour lesquelles le choix d'un stratotype s'avérera délicat, en raison de la grande variété des dépôts et de leur faune essentiellement néritique.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) Y. Le Calvez et Ch. Pomerol, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2268.

(2) D. Curry, *Proc. Geol. Ass.*, 48, P. 3, 1937, p. 229-246.

(3) A. J. Keij, *Inst. Roy. Sc. Nat. Belgique*, Mém. n° 136, 1957, 210 pages, 23 planches.

(4) A. J. Keij, *Note on the Lutetian Ostracoda of Damery (Marne), France*, Konink, Nierdeland. Akademie van Wetenschappen, Amsterdam, 1958, p. 63-73, 2 planches, 1 tableau.

(*Laboratoire de Géologie du S. P. C. N., Faculté des Sciences, Paris.*)

VOLCANOLOGIE. — *Sur les gaz occlus dans diverses roches volcaniques de la Montagne-Pelée (Martinique).* Note de MM. **Marcel Chaigneau** et **Maurice Debrune**, présentée par M. René Fabre.

Tous les mélanges gazeux obtenus à partir de roches émises par la Montagne-Pelée, en 1902 et en 1929, renferment les mêmes constituants : SO_2, CO_2, CO, CH_4, H_2, N_2, gaz rares, et sont exempts d'oxygène. La teneur élevée en hydrogène est, dans le cas présent, caractéristique des nuées ardentes.

Une étude antérieure sur la dacite de l'aiguille de la Montagne-Pelée (Martinique) [1] a permis, non seulement de préciser la nature et la composition des gaz occlus, mais encore de montrer que la teneur en anhydride sulfureux est plus élevée dans les pyroxènes que dans les minéraux plus riches en silice qui y sont associés. Nous avons poursuivi ces investigations sur différentes roches de ce volcan représentées par des fragments, d'une part, des nuées ardentes de 1902 et de 1929, d'autre part, du dôme de 1929.

En tenant compte des observations précédentes, relatives à l'importance que présente la granulation de l'échantillon mis en œuvre, les prises d'essai ont été pulvérisées de façon à passer entièrement au tamis d'une ouverture de maille de 0,16 mm. Des expériences préliminaires ont encore confirmé, sans exception, que cette dernière condition est nécessaire pour extraire le maximum de gaz occlus en opérant sous vide, par élévation croissante de la température jusqu'à 1000°, en 3 h.

Les analyses ont montré que les divers constituants sont identiques à ceux qui sont occlus dans l'aiguille de 1902 : anhydride sulfureux, anhydride carbonique, oxyde de carbone, méthane, hydrogène, azote et gaz rares. De même, on constate l'absence d'oxygène et d'hydrogène sulfuré. Cependant, il convient d'exprimer une réserve pour ce dernier composé au sujet du dôme de 1929 qui en libère des traces non dosables. La présence d'hydrogène sulfuré a d'ailleurs été signalée par A. Lacroix dans des fumerolles de la rivière Blanche.

Les résultats analytiques sont rassemblés dans les tableaux ci-après où nous avons rapporté la composition des gaz recueillis, dans les mêmes conditions, à partir de l'aiguille de 1902.

Composition procentuelle des gaz anhydres.

N°	SO_2.	CO_2.	CO.	CH_4.	H_2.	$N_2(+ g. r)$.
I..........	9,4	70,7	16,9	0,8	0,7	1,5
II..........	1,4	51,8	15,7	2,0	27,7	1,4
III..........	3,5	63,6	18,5	1,4	10,7	2,3
IV..........	3,6	76,9	11,6	1,5	3,5	2,9

Volumes (en millilitres) de gaz anhydres par gramme de roche.

N°	SO_2.	CO_2.	CO.	CH_4.	H_2.	N_2(+ g. r).	Volume total.
I..........	0,155	1,173	0,279	0,013	0,010	0,024	1,659
II.........	0,016	0,627	0,190	0,024	0,335	0,017	1,209
III.........	0,041	0,747	0,217	0,016	0,125	0,027	1,175
IV.........	0,029	0,631	0,095	0,012	0,028	0,023	0,821

I, aiguille de 1902; II, nuée ardente de 1902; III, nuée ardente de 1929; IV, dôme de 1929.

La comparaison entre les deux roches émises en 1902 (n^os^ I et II) fait ressortir, pour la nuée, un pourcentage en hydrogène particulièrement élevé. Par contre, le volume de gaz et la teneur en anhydride sulfureux sont inférieurs à ceux de l'aiguille.

En 1929, la quantité d'hydrogène est encore bien supérieure pour la nuée, par rapport au dôme. Il en est de même pour la totalité des gaz extraits. Mais la composition procentuelle en anhydride sulfureux est sensiblement la même dans les deux roches.

De plus, si l'on considère la somme $CO_2 + CO$, on met en évidence une similitude entre l'aiguille de 1902 et le dôme de 1929 auxquels correspondent les valeurs respectives de 87,6 et 88,5 %. Une telle comparaison est impossible au sujet des nuées qui, par contre, se différencient nettement des autres roches par le volume total de gaz occlus et surtout par la forte teneur en hydrogène. Ce dernier phénomène n'est pas singulier et peut être rapproché des observations faites à partir des laves basiques du Nyiragongo [2] et principalement de diverses andésites examinées par R. T. Chamberlin [3], bien que cet auteur ait opéré à une température inférieure à 1000°.

En outre, nous avons dosé l'eau retenue par chacun des échantillons, selon la technique mise au point par M. L. Hackspill et ses collaborateurs [4], [5], en opérant à 1000°. Les résultats obtenus, exprimés en milligrammes par gramme de roche, sont les suivants :

Aiguille de 1902..........................	2,818
Nuée de 1902..........................	2,076
Nuée de 1929..........................	6,281
Dôme de 1929..........................	1,116

Il semble prématuré d'établir, dès maintenant, une relation entre la teneur en eau et la quantité d'hydrogène occlus.

Conclusion. — 1° Les roches de la Montagne-Pelée, émises à des dates et dans des conditions différentes, renferment des quantités diverses de gaz. Toutefois, ces derniers sont, dans tous les cas, représentés par les mêmes constituants, en proportions variables, selon les conditions de leur apparition.

2° La teneur élevée en hydrogène contribue notamment à différencier les roches volcaniques projetées par les nuées ardentes de celles qui ont émergé avant ou après les phases paroxysmales.

3° On remarque une identité qualitative entre les gaz retenus par les roches et les gaz fumeroliens recueillis à proximité du cratère, immédiatement après l'éruption de 1902 ([6]), à l'exclusion de l'anhydride sulfureux. La présence de ce dernier, en effet, a été signalée par A. Lacroix, mais n'a pas été mentionnée par Moissan dans ses analyses. Il est vraisemblable que sa disparition est due au mode de transvasement, pratiqué au laboratoire, qui ne permettait pas d'extraire les gaz dissous dans l'eau de condensation conservée dans les flacons de prélèvement.

Cette identité serait en faveur de l'hypothèse d'une occlusion gazeuse dans les édifices moléculaires des minéraux, lors de leur formation.

([1]) M. Chaigneau et M. Debrune, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 2427.
([2]) M. Chaigneau, R. Fabre et H. Tazieff, *Ann. Géophys.*, 16, 1960, p. 561-564.
([3]) R. T. Chamberlin, Publ. n° 106, Carnegie Instit., Washington, 1908.
([4]) L. Hackspill et G. d'Huart, *Bull. Soc. chim. Fr.*, (4), 35, 1924, p. 800-803.
([5]) L. Hackspill et G. de Heeckeren, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 59.
([6]) H. Moissan, *Comptes rendus*, 135, 1902, p. 1085 et *Bull. Soc. chim. Fr.*, (3), 29, 1903, p. 434-437.

(Laboratoire des Gaz du C. N. R. S., Faculté de Pharmacie.)

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE. — *Sur l'apparition brusque de vents de secteur Est en hiver dans la stratosphère moyenne et élevée et la manifestation progressive de ce phénomène entre le 20e et le 50e degré de latitude Nord, au voisinage du méridien de Paris.* Note (*) de M. **Georges Barbé**, présentée par M. André Danjon.

En 1960 entre la 2e ou la 3e décade de janvier et la 1re décade de février des vents de secteur Est ont été mesurés entre les altitudes 20 et 30-35 km dans chacune des quatre stations de sondages situées respectivement aux latitudes approximatives 50°, 32°, 27° et 20° Nord. Le phénomène dont l'apparition est brutale a débuté au voisinage de l'Équateur pour se manifester, au bout de quelques jours, aux latitudes tempérées.

Au-dessus de la région parisienne la direction largement prépondérante du vent en hiver, de la fin d'août à la fin d'avril généralement, dans la stratosphère moyenne et élevée : au-dessus du niveau 20 km, est de secteur Ouest. C'est ce que nous avons dénommé, par ailleurs (1), la mousson stratosphérique d'hiver, par opposition à la mousson stratosphérique d'été qui est de secteur Est entre le début de mai et la fin d'août.

Nous avons mis par ailleurs en évidence (2) l'existence, en hiver, durant certaines années de périodes de plusieurs jours à plusieurs semaines consécutives au cours desquelles le vent est de secteur Est à l'intérieur de la même couche.

Ce même phénomène qui a été observé au-dessus de la région parisienne en 1957 du 2 février au 13 mars 1957 (2) l'a été à l'Observatoire de Magny-les-Hameaux (Seine-et-Oise) en 1960 du 25 (24) janvier au 2 (3) février inclus (*fig.* 1).

Nous disposons, par ailleurs, au cours de la même période, de mesures analogues concernant le vent en altitude dans trois stations du continent africain situées au voisinage du méridien de Paris, respectivement aux latitudes approximatives 32°, 27° et 20° Nord.

Le renversement des vents au secteur Est au-dessus de 20 km d'altitude et jusqu'à l'altitude maximale de sondage voisine de 30 km a été constaté dans chacune des trois stations (*fig.* 2, 3 et 4) sensiblement au cours de la même période, c'est-à-dire :

— latitude 32° N du 20 janvier au 1er février inclus;
— » 27° N du 20 » au 30 janvier au plus tard;
— » 20° N du 15 » au 27 janvier.

Ces données mettent en évidence que l'apparition du phénomène se produit d'abord aux basses latitudes; en particulier, il est manifeste qu'un décalage de 5 jours environ a lieu entre les latitudes 27° et 32° Nord et la région parisienne.

Par ailleurs, il a été établi (3), (4), (5) qu'en hiver la circulation à l'intérieur de la couche 20-30 km n'est pas entièrement zonale, mais que si l'on se réfère à des niveaux déterminés, il existe des centres d'action : anticyclones, dépressions, dont l'étendue en longitude peut être limitée à quelques dizaines de degrés.

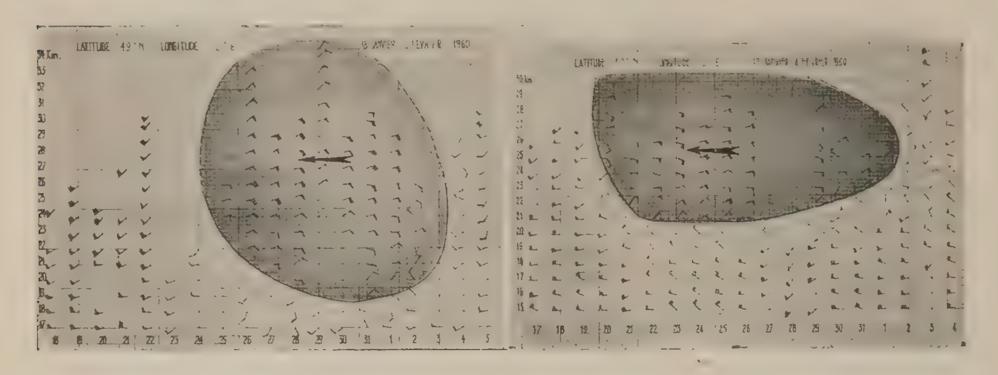


Fig. 1. Fig. 2.

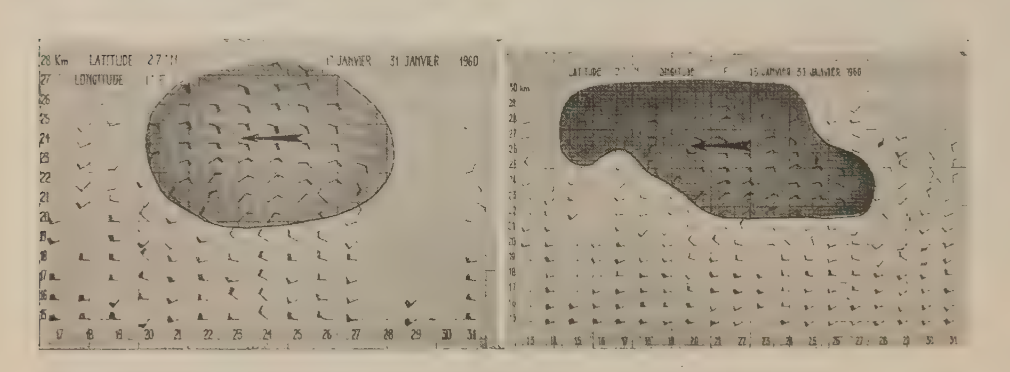


Fig. 3. Fig. 4.

Direction et vitesse des vents :

Sud 5 nœuds

Est 10 nœuds

Ouest 50 nœuds

La question se pose de donner à l'existence des vents d'Est stratosphériques en hiver une interprétation.

On peut faire l'hypothèse qu'il s'agit là d'un phénomène dont la cause est extra-terrestre : une variation de l'énergie rayonnée arrivant à la limite supérieure de l'atmosphère.

Au cours du mois de mars 1961 l'altitude moyenne de sondages quotidiens effectués à Magny-les-Hameaux a dépassé 36 km et trois sondages ont dépassé l'altitude de 40 km.

Ces mesures ont montré que la couche de vents d'Est — en hiver — est généralement limitée supérieurement, le plus souvent, dès le niveau 35-37 km, les vents retournant au secteur Ouest au-dessus de cette dernière altitude.

Le degré de permanence de cette circulation d'Est, son absence de variation diurne donnent à penser qu'il pourrait s'agir là d'un phénomène d'absorption accroissant la température de l'air à l'intérieur d'une couche d'épaisseur limitée : entre 16-20 et 30-35 km et provoquant, à l'intérieur d'une couche décalée par rapport à la précédente de quelques kilomètres vers les altitudes supérieures, un renversement correspondant du gradient méridien de pression.

Si l'on admet l'hypothèse ci-dessus, il s'agirait donc là d'un phénomène planétaire qui devrait se manifester aussi bien dans l'hémisphère Sud que dans l'hémisphère Nord et qui pourrait de plus être susceptible d'être accompagné, avec un décalage dans le temps à préciser, d'une modification de la circulation atmosphérique dans la basse stratosphère et dans la troposphère. On disposerait ainsi d'une approche nouvelle de cet important problème pratique resté jusqu'à présent sans solution rationnelle de la prévision à échéance de quelques semaines et même de celui de la prévision saisonnière ([3]).

Il convient toutefois de remarquer que l'hypothèse ci-dessus ne permet pas d'expliquer le fait d'expérience d'une circulation zonale fragmentée.

(*) Séance du 24 mai 1961.

([1]) G. D. BARBÉ, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 2025.

([2]) G. D. BARBÉ, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 493.

([3]) G. D. BARBÉ, *La Météorologie*, n° 56, octobre-décembre 1959.

([4]) *Cartes quotidiennes : topographie de la surface de niveau* 10 mb (30 km). *Hémisphère Nord*, Inst. f. Met. U. Geophys. d. f. Univers., Berlin.

([5]) R. SCHERHAG, *Journal of Meteorology*, 17, n° 6, décembre 1960.

(*Établissement d'Études et de Recherches de la Météorologie nationale, Observatoire de Magny-les-Hameaux.*)

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE. — *Sur les variations de la vitesse du vent et de la concentration de l'ozone.* Note (*) de M. **Michel Kiveliovitch** et Mme **Arlette Vassy**, présentée par M. Jean Coulomb.

On a pu mettre en évidence des coïncidences entre les variations de la vitesse du vent et la teneur de l'air en ozone au niveau du sol.

La station scientifique du Val-Joyeux effectue régulièrement des enregistrements de la concentration de l'ozone dans la couche au niveau du sol, ainsi que des mesures de la vitesse et de la direction du vent; nous possédons ces deux séries de mesures sans interruption grave depuis le 30 novembre 1953; les résultats, portés sous forme de courbes sur le même graphique font soupçonner une nette influence de la vitesse du vent sur la concentration de l'ozone; nous avions déjà observé que par vent inférieur à 3 nœuds, la mesure de la teneur en ozone tombe à des valeurs très faibles et qui ne correspondent pas à la valeur moyenne dans les environs de la station (1), la présence même de l'observatoire étant une cause active de destruction de l'ozone. Mais l'examen des courbes nous a montré que très fréquemment les variations de la concentration en ozone suivent celles de la vitesse du vent, la teneur croissant immédiatement quand la force du vent croît, et décroissant en moyenne plus lentement quand elle décroît. Bien entendu il n'y a pas de relation stricte et la teneur en ozone est fonction d'autres facteurs que le vent. Mais il est important de préciser l'existence et la nature de cette relation avec le vent qui pourrait masquer les variations de l'ozone dues à d'autres causes.

C'est dans ce but que nous nous sommes tournés vers les méthodes statistiques. Nous avons adopté comme éléments de nos deux séries les valeurs de la concentration en ozone au niveau du sol d'une part, de la vitesse du vent d'autre part, toutes les 3 h, suivant un usage courant en météorologie.

En appliquant brutalement le calcul classique des corrélations, on obtient pour le coefficient de corrélation des valeurs voisines de zéro (sauf pour un seul cas); les calculs ont été faits pour différents mois de l'année. Si la variation est brusque à la montée, elle est lente à la décroissance et c'est pourquoi il est difficile par des méthodes courantes d'établir la liaison. Possédant un très grand nombre d'observations à la même station (sept années consécutives), nous avons cherché à vérifier cet effet par d'autres méthodes plus souples. Il s'est avéré par des comparaisons partielles, par exemple année par année ou trimestre par trimestre ou mois par mois, c'est-à-dire environ pour 2 400 ou pour 720 ou pour 240 obser-

vations, qu'un test assez simple se vérifie d'une façon étonnante. Il s'agit de la comparaison du nombre relatif des maximums (ou minimums) des deux séries considérées.

On trouve, pour l'année 1956, pour 2 647 observations :

	Nombre des maximums.	
Période.	Vitesse du vent.	Ozone.
Année	555	549
1er trimestre	142	146
2e »	140	165
3e »	126	104
4e »	147	134
Mars	52	56
Mai	45	59
Juillet	59	46
Octobre	53	53

Pour les mois, on a choisi des mois où l'on a pu observer un mois presque complet.

Un deuxième test qui se vérifie assez bien est la comparaison du nombre de phases. Nous appelons phase l'intervalle compris entre un maximum et un minimum qui le suit (ou inversement); un minimum suivi d'un maximum représente une phase croissante. On appelle phase 1 le cas où entre un maximum et un minimum qui le suit, on n'a pas de points intermédiaires. On appelle phase i, le cas où entre le maximum et le minimum (ou inversement) on a $i-1$ points intermédiaires. On trouve, en comparant les deux séries d'observations du vent et de l'ozone pour l'année 1956, au total 2 647 observations.

	Vent.	Ozone.		Vent.	Ozone.
Phase 1 croissante	238	248	Phase 1 décroissante	230	235
» 2 »	127	142	» 2 »	122	132
» 3 »	79	76	» 3 »	67	65
» 4 »	111	83	» 4 »	136	116
TOTAL	555	549	TOTAL	555	548

Une étude détaillée sera publiée ultérieurement, mais ces quelques exemples nous permettent de formuler les remarques suivantes :

1° Il existe une relation statistique positive entre la vitesse du vent et la teneur en ozone au sol; cet effet est sans doute dû au brassage des basses couches de l'atmosphère qui est plus énergique quand la turbulence est plus grande; or la turbulence augmente lorsque la vitesse du vent augmente; ce brassage amène au sol des particules d'air provenant de quelques mètres ou de quelques dizaines de mètres au-dessus du sol, région où l'ozone s'est trouvé relativement protégé de la destruction par le sol et l'activité humaine; nous avons en effet montré qu'en élevant la prise d'air, on obtient des valeurs plus élevées de la concentration (2).

2° La méthode classique a échoué parce que, si les phases croissantes des deux séries sont pratiquement simultanées, les phases décroissantes sont décalées, la teneur en ozone étant en retard et de façon variable sur la vitesse du vent.

3° Pour éliminer cette influence du vent, la recherche de corrélations avec des phénomènes géophysiques devra, dans certains cas, être effectuée sur des moyennes journalières (ou autres) de la teneur en ozone, et non sur les valeurs instantanées.

4° Il sera préférable d'étudier les phénomènes en comparant de façon continue les maximums des deux courbes représentatives.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) A. Vassy et I. Rasool, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 298.

(2) A. Vassy, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 571.

(*Laboratoire de Physique de l'Atmosphère, Faculté des Sciences, Paris.*)

PALÉONTOLOGIE. — *Découverte d'un Australopithéciné dans le Villafranchien du Tchad.* Note (*) de M. **Yves Coppens**, présentée par M. Jean Piveteau.

Un fragment de crâne d'une nouvelle espèce du genre *Australopithecus*, ou peut-être d'un genre nouveau découvert dans une formation villafranchienne du Nord du Tchad, agrandit à tout le continent africain l'aire d'extension de ce groupe.

Au cours d'une mission paléontologique du Centre National de la Recherche Scientifique et de l'Institut Équatorial de Recherches et d'Études Géologiques et Minières dans le Nord du Tchad, nous avons découvert un fragment de crâne d'un Anthropomorphe du groupe des Australopithécinés.

Le gisement, situé à environ 200 km à l'Ouest - Sud-Ouest de Largeau, a été découvert par M. Jacques Barbeau, géologue à l'Institut Équatorial; il s'agit d'une formation lacustre d'une vingtaine de mètres de puissance, composée d'une série verticale de bancs de sable meuble ou consolidé en plaquettes et dont les épaisseurs varient beaucoup latéralement.

La présence d'un Éléphant très archaïque par ses caractères dentaires (brachyodontie, fréquence laminaire de 4, épaisseur de l'émail) et sans doute apparenté au groupe « *africanavus* », plaide en faveur de la très grande ancienneté de la faune, peut-être Villafranchien inférieur.

Très fossilisée, la pièce référable à un Australopithéciné est un fragment de crâne et de face compris entre frontal et maxillaire, ce dernier usé jusqu'au sommet des alvéoles dentaires; elle permet néanmoins l'observation de toute une série de caractères suffisante pour statuer sur sa nature.

Le bourrelet sus-orbitaire est très faible; les nasaux, très courts, ne montent pas entre les frontaux mais contactent ces os par une suture transversale rectiligne; transversale et rectiligne est aussi le prolongement de cette suture entre le frontal d'une part, et la branche montante du maxillaire et l'unguis d'autre part. Bien qu'il manque, il est facile de s'assurer que le bord inférieur des nasaux se trouvait dans un plan supérieur au bord inférieur des orbites. La terminaison faciale de l'arcade zygomatique s'infléchit brusquement pour former une pommette; au-dessous se creuse la fosse canine. Le trou sous-orbitaire paraît unique; le malaire est épais, le maxillaire large. L'extrémité supérieure des alvéoles de la canine et des incisives droites indique que la canine était de taille réduite et qu'il n'existait pas de diastème entre elle et les incisives.

Tous ces caractères permettent de ranger cet Anthropomorphe parmi les Australopithécinés.

La faiblesse du bourrelet sus-orbitaire, le fort prognatisme et l'existence d'un front nous font le rapprocher génériquement à *Australopithecus*.

Enfin quelques caractères particuliers nous inciteront sans doute à le distinguer spécifiquement : notons la grande largeur du crâne, la courbure du bourrelet sus-orbitaire, la réduction de la constriction post-orbitaire, l'existence du trou sus-orbitaire, la grande taille des orbites, la particulière inflexion de la terminaison faciale de l'arcade zygomatique, la massivité du molaire, la présence d'un léger bourrelet joignant les incisives à l'angle inféro-interne de l'orbite.

La septentrionalité de cette découverte agrandit à tout le continent africain l'aire d'extension des Australopithécinés.

(*) Séance du 29 mai 1961.

PALÉONTOLOGIE. — *Un nouveau Tritylodonte du Trias supérieur du Basutoland (Afrique du Sud).* Note (*) de M. **Léonard Ginsburg**, présentée par M. Jean Piveteau.

Découverte d'un Tritylodonte nouveau dans les Bed beds supérieurs de la série du Stormberg, au Basutoland. Forme voisine de *Tritylodon*, mais plus petite et plus svelte. Molaires supérieures toutes identiques entre elles, à trois tubercules externes.

Les Tritylodontes forment un petit groupe de Reptiles mammaliens très évolués qui ont vécu principalement au Trias supérieur et dont certains représentants sont connus jusque dans le Dogger. La forme la plus célèbre connue, *Tritylodon longævus*, provient des Red beds du Stormberg du Basutoland. Les genres *Bienotherium* et *Lufengia*, du Yunnan, et les genres européens *Oligokyphus*, *Stereognathus*, *Chalepotherium* et *Triglyphus* appartiennent au même groupe.

En 1959, au cours d'une expédition géologique en Afrique du Sud, F. Ellenberger, J. Fabre et moi-même avons récolté à Likhoele près de Mafeteng au Basutoland, dans un niveau fossilifère des Red beds supérieurs du Stormberg, c'est-à-dire dans le même niveau qui a fourni l'exemplaire de *Tritylodon longævus*, les restes d'une tête d'un nouvel échantillon de Tritylodonte. Le museau est bâti sur le même modèle que celui de *Tr. longævus* mais il est moins trapu, plus haut et plus svelte; la partie antérieure est moins renflée et la face externe des os maxillaires est verticale et non bombée.



Likhoelia ellenbergeri, nov. gen., nov. sp.,
fragments de maxillaire droit et de mandibule droite en occlusion dentaire.
(Grandeur naturelle × 2,5.)

Des dents supérieures, seules PC_3, PC_4, PC_5 et PC_6 sont bien conservées. Elles sont morphologiquement identiques entre elles et formées par trois rangées de tubercules. La rangée interne a trois pointes. La rangée externe est composée de trois tubercules d'importance régulièrement croissante d'avant en arrière. Chez *Tritylodon longævus*, il n'y a que deux tubercules externes aux mêmes dents et la sixième post-canine est différente de la cinquième, avec un gros tubercule antérieur, arrondi, gros, bien séparé du tubercule postérieur et tombant en avant verticalement. Ces différences entre *Tritylodon longævus* et l'animal de Likhoele sont assez importantes pour séparer génériquement les deux formes. Je propose de nommer la dernière *Likhoelia ellenbergeri*.

L'arrière-crâne, dans sa partie conservée, montre, sur sa face ventrale, le basi-occipital et le parasphénoïde formant un promontoire terminé en avant en chevron et séparé de l'épiptérygoïde par une profonde dépression au fond de laquelle s'ouvre le canal carotidien. Cette disposition est exactement celle observée chez *Bienotherium* et *Oligokyphus*, de même que la position du foramen ptérygo-paraoccipital, des fenêtres ovale et ronde et du trou jugulaire.

Il apparaît donc que les trois arrière-crânes connus de Tritylodontes sont bien semblables entre eux et donc que malgré sa vaste répartition géographique, le petit groupe des Tritylodontes est extrêmement homogène.

(*) Séance du 29 mai 1961.

MYCOLOGIE. — *Variation du nombre des noyaux dans les articles mycéliens des Discomycètes, en rapport avec la systématique et la phylogénie.* Note (*) de M. **Paul Berthet**, présentée par M. Roger Heim.

Les articles mycéliens, constamment cœnocytiques chez les Operculés, sont uninucléés chez la plupart des Inoperculés.

Ayant obtenu, à partir de sporées, des cultures pures d'assez nombreuses espèces de Discomycètes, nous avons étudié la répartition des noyaux dans les articles mycéliens d'une soixantaine d'entre elles, en culture sur lame, sous pellicule de collodion. Nos résultats montrent clairement que la distinction fondamentale entre Operculés et Inoperculés, introduite dans ce groupe par Em. Boudier d'après le mode de déhiscence de l'asque, trouve également sa justification au niveau de la cytologie du mycélium. Les Operculés se sont montrés tous sans exception pourvus d'un mycélium aux articles cœnocytiques. Quant aux Inoperculés, leurs familles les plus représentatives et les plus riches en espèces ont montré un mycélium aux articles uninucléés. Ce n'est qu'au niveau des groupes considérés comme évolulés, en raison notamment du mode de déhiscence des asques de certains d'entre eux qui les rapproche des Operculés [1] que nous avons noté la présence d'articles mycéliens cœnocytiques (Sclérotiniacées, certaines Géoglossacées). Jusqu'à présent nous avons étudié les espèces suivantes :

1. Discomycètes inoperculés.

Phacidiacées : *Propolis faginea* Schrad. : articles uninucléés.

Dermatéacées : *Pyrenopeziza mercurialis* Boud., *Tapesia retincola* (Rab.) Karst., *Mollisia sp.* : mycélium à articles uninucléés.

Hyaloscyphacées : *Trichoscypha calicyformis* (Vel. ex Wild.) Grelet, *Dasyscypha virginea* (Batsch ex Fr.) Fuckel, *D. crucifera* (Phil.) Sacc., *D. diminuta* (Rob.) Sacc., *D. palearum* (Desm.) Massee, *D. crystallina* (Fuck.) Sacc., *D. spireæcola* (Karst.) Sacc., *Lachnella sulfurea* (Pers.) Quel., *Arachnopeziza aurelia* (Pers.) Fuckel, *Hyaloscypha hyalina* (Pers.) Boud., *Micropodia pteridina* (Nyl.) Boud. : articles uninucléés.

Hélotiacées : *Pezizella alniella* (Nyl.) Dennis, *Pachydisca læta* Boud., *Calycella citrina* (Hedw. ex Fr.) Quel., *Calycella sulfurina* (Quel.) Boud., *Chlorosplenium æruginosum* (Fr.) De Not., *Helotium subcorticale* Vel., *H. imberbe* (Bull. ex Fr.) Fr., *H. sallicellum* (Fr.) Fr., *H. scutula* (Pers. ex Fr.) Karst., *H. populinum* Fuckel, *H. fructigenum* (Bull. ex Fr.) Fuck. *H. herbarum* (Pers. ex Fr.) Fr., *H. calyculus* (Sow. ex Fr.) Fr., *H. gemmarum*

Boud., *H. perula* (Pers.) Boud., *Belonidium albidum* Grel. et Croz., *Coryne sarcoides* (Jacq. ex Fr.) Tul. : articles mycéliens uninucléés.

Géoglossacées : *Spathularia flavida* (Pers.) Fr. et *Cudonia circinans* (Pers.) Fr. ont un mycélium aux articles plurinucléés; les noyaux sont particulièrement nombreux dans l'article terminal (jusqu'à une vingtaine). *Mitrula paludosa* Fr. a, au contraire, un mycélium aux articles uninucléés. Toutefois chez ce dernier des articles des parties âgées de la culture peuvent avoir jusqu'à cinq noyaux.

Sclérotiniacées : *Ciboria rufo-fusca* Weberb., *Rutstrœmia echinophila* (Bull. ex Mérat) von Höhnel, *R. firma* (Pers. ex Fr.) Karst., *R. articulata* Vel., *R. elatina* (Alb. et Schw.) Rehm : les quatre premières espèces ont un mycélium aux articles cœnocytiques (trois à dix noyaux par article), sauf dans les régions âgées où des recloisonnements peuvent isoler des noyaux dans certains articles. La dernière espèce, en revanche, possède un mycélium dont tous les articles sont uninucléés.

2. Discomycètes operculés.

Sarcoscyphacées : *Plectania coccinea* (Scop. ex Fr.) Fuck., *Urnula craterium* (Schw.) Fr., *Phillipsia domingensis* Berk. : articles plurinucléés. Noyaux plus nombreux dans chaque article que chez la famille précédente.

Humariacées : *Sepultaria Sumneri* (Berk.) Cooke, *Anthracobia melaloma* (Alb. et Schw.) Boud., *Peziza aurantia* Pers.: articles contenant un grand nombre de noyaux.

Aleuriacées : *Aleuria vesiculosa* (Bull.) Fr., *A. amplissima* Boud., *A. umbrina* Boud., *A. asterigma* Vuill., *A. violacea* (Pers.) Fr., *A. nivalis* (Heim et Rémy), *A. sylvestris* Boud. : mycélium aux articles plurinucléés, tout à fait comparable à celui des Humariacées.

Helvellacées : *Physomitra infula* (Schaeff.) Boud., *P. esculenta* (Pers.) Boud. : nombreux noyaux dans chaque article (près de 60 parfois chez *P. infula*).

Morchellacées : *Morchella rotunda* Pers., *M. hortensis* Boud., *M. costata* Vent., *Ptychoverpa bohemica* (Kromb.) Boud., *Disciotis venosa* (Fr. ex Pers.) Boud. : articles contenant de très nombreux noyaux (jusqu'à une cinquantaine).

Il est frappant de constater que plus on s'adresse à des espèces ayant atteint un haut degré d'organisation, plus les échecs sont nombreux dans l'obtention des cultures. C'est ainsi que parmi les Inoperculés nous n'avons enregistré d'échec qu'avec certaines Géoglossacées. Chez les Operculés, si le mycélium des Sarcoscyphacées et des Morchellacées s'obtient facilement, il n'en va pas de même avec les autres familles. Les tentatives infructueuses ont été nombreuses avec les Humariacées (g. *Lachnea*, *Scutellinia*, *Cheilymenia*, *Peziza*, *Coprobia*, *Caloscypha*), les Aleuriacées

(g. *Galactinia*, *Sarcosphæra*, *Plicaria*, *Pustularia*, *Otidea*), les Helvellacées (g. *Helvella*, *Leptopodia*, *Cyathipodia*, *Macropodia*). Ni les ensemencements ni les bouturages ne réussissant pour ces espèces, on peut considérer que ces échecs correspondent à d'autres exigences trophiques, et non à des difficultés de germination. Ils révèlent donc des différences d'ordre physiologique entre genres ou familles classiquement définies par la morphologie.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) *Voir* M. CHADEFAUD, *Rev. Myc.*, 9, 1944, p. 3-14 et Mme M. LE GAL, *Les Discomycètes de Madagascar*, Paris, 1953, p. 406-409.

(*Laboratoire de Microbiologie et Mycologie, Faculté des Sciences, Lyon.*)

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Développement de l'embryon chez le* Lathyrus latifolius *L.* Note (*) de M[lle] **Marie-José Goursat**, présentée par M. René Souèges.

Le développement de l'embryon chez le *Lathyrus latifolius* L. est irrégulier. Toutes les formes embryonnaires se rattachent dans la seconde période de la classification embryogénique, au mégarchétype VI, mais se répartissent dans les onzième, treizième et quinzième groupes. Le développement de cette plante est ainsi différent de celui des *Orobus*, qui entrent dans le treizième groupe.

Le genre *Lathyrus* groupe toutes les Viciées caractérisées par des fleurs axillaires, solitaires ou en grappes lâches, par un tube staminal courbé à angle droit, par un style aplati, non creusé en gouttière, et épousant la forme générale de l'androcée. Font partie d'une section *Archilathyrus* les espèces qui ont un rachis foliaire terminé en vrille rameuse ou, plus rarement, aplati, foliacé, dépourvu de vrille. A une section *Orobus* se rattachent, par contre, les espèces qui ont des feuilles à rachis terminé en arête courte [1]. On fait souvent de ces deux sections des genres indépendants.

Nous possédons actuellement des données très précises sur l'embryogénie des *Orobus* [2] mais nous ne savons rien sur celle des *Archilathyrus*. C'est pourquoi nous nous sommes attachée à déterminer les lois du développement de l'embryon chez un *Archilathyrus*, le *Lathyrus latifolius* L. dont on fait parfois une variété du *Lathyrus silvestris* L.

Au proembryon bicellulaire (*fig.* 1) fait suite une tétrade première de la catégorie C_1 (*fig.* 2, 3, et 4). L'étage inférieur *cb* intervient seulement dans la construction d'une partie du suspenseur. Toutes les potentialités constructives de l'embryon sont donc accumulées dans les deux descendantes *cc* et *cd* de la cellule supérieure *ca* du proembryon bicellulaire. Il se forme, à partir de ces deux cellules une tétrade seconde qui appartient encore à la catégorie C_1 (*fig.* 6, 7 et 8). Les cellules inférieures de l'étage *cd* interviennent seulement dans la formation de deux cellules vésiculeuses plurinucléées qui s'ajoutent à celles qui proviennent de *cb*. La cellule *cf*, fille inférieure de *cc*, prend toujours un cloisonnement vertical. La cellule *ce*, fille supérieure de *cc*, peut se diviser à l'aide d'une cloison verticale (*fig.* 9 et 10), oblique (*fig.* 11) ou transversale (*fig.* 12). Dans le premier cas, les quadrants, dans l'étage supérieur, donnent quatre octants juxtaposés (*fig.* 15). Ils fournissent la partie cotylée *sensu lato*. Dans le second cas, les deux quadrants supérieurs produisent quatre éléments en tétraèdre, homologues de quatre octants supérieurs. L'élément qui occupe l'apex de l'embryon est une cellule épiphysaire qui donne les initiales de la tige épicotylée. Les trois autres octants sont à l'origine de la partie cotylée *sensu stricto* (*fig.* 16).

Dans le troisième cas, le quadrant supérieur, en *ce*, est la cellule épiphisaire et la cellule inférieure fournit la partie cotylée *sensu stricto*. Dans les trois cas, les octants inférieurs sont à l'origine de deux étages nouveaux obtenus par des processus de division quelque peu variables, l'étage supérieur correspond à la partie hypocotylée, *ph*, et l'étage inférieur à l'hypophyse, *h*.

En définitive, les formes proembryonnaires du *Lathyrus latifolius* L. font toutes partie de la seconde période de la classification embryogénique;

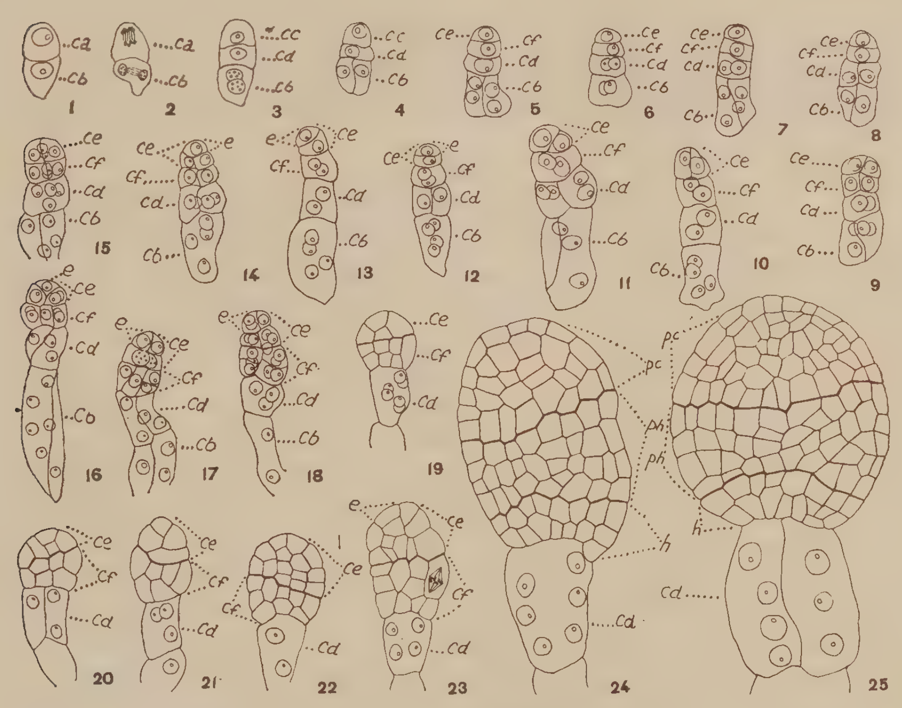


Fig. 1 à 25. — *Lathyrus latifolius* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cd* et *cb*, les deux paires en superposition croisée de vésicules plurinucléées; *cc*, cellule embryonnaire proprement dite; *ce*, fille supérieure de *cc* ou partie cotylée; *cf*, fille inférieure de *cc*; *e*, épiphyse; *pc*, partie cotylée *sensu lato*; *ph*, partie hypocotylée; *h*, assise génératrice du groupe hypophysaire (G × 220).

elles se rattachent au mégarchétype VI où $cd = s$, mais, selon la forme de la tétrade troisième dont elles procèdent, elles appartiennent soit au onzième groupe, soit au treizième groupe, soit au quinzième groupe de cette classification. Il existe ainsi des formes qui entrent dans la famille embryogénique des *Ervum*, d'autres dans celle du *Fumaria* aux côtés des *Orobus*, d'autres enfin dans la famille du *Lens esculenta* Mœnch ([3]), ([4]). Les causes de ce type irrégulier de développement, dont on rencontre des exemples dans d'autres familles ([5]) nous sont pour le moment inconnues. En tout cas, il semble que les *Lathyrus*, *sensu stricto*, se différencient nettement

des *Orobus* dont les formes embryonnaires font toutes partie du treizième groupe. En effet, dans ce dernier genre, le développement est régulier, caractérisé par la formation d'une tétrade troisième en B_1. Il n'en reste pas moins que le suspenseur est constitué chez les *Archilathyrus*, comme chez les *Orobus*, de deux paires en superposition croisée de vésicules plurinucléées, comme l'a déjà démontré L. Guignard, en 1881 (6).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) P. Taubert, *Die natürlichen Planzenfamilien*, Leipzig, 3, n° 3, 1894, p. 353.

(2) R. Souèges, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 60 et 493.

(3) R. Souèges, *La Cinématique de la vie*, Flammarion, Paris, 1954, p. 64.

(4) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, 4e fasc., partie spéciale, 2e période du système, Hermann, Paris, 1951.

(5) P. Crété, *Comptes rendus*, 252, 1961, p. 3104.

(6) L. Guignard, *Ann. Sc. nat. Bot.*, 6e série, 12, 1881, p. 57.

(*Laboratoire de Botanique générale, Faculté de Pharmacie, Paris.*)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Effets du froid et de la rindite sur les méristèmes de tiges de* Vitis rupestris du Lot *en repos végétatif.* Note (*) de M. **Jean Fallot**, présentée par M. Raoul Combes.

Des tiges de *rupestris du Lot* sont prétraitées début novembre par le froid ou la « rindite ». Mis en serre chaude, les bourgeons commencent à croître beaucoup plus tôt que les bourgeons des tiges non traitées. Par contre, le cambium des segments d'entre-nœuds des tiges, prétraitées ou non, ne prolifère pas en culture aseptique.

Il est établi que la dormance des bourgeons de nombreuses plantes peut être levée par l'action de facteurs physiques ou chimiques. Gouwentak a signalé par exemple que la chlorhydrine du glycol peut rompre la dormance des bourgeons de Frêne mais qu'elle est incapable cependant d'induire la formation de couches de xylème, à moins qu'un traitement auxinique complémentaire ne soit appliqué ([1]).

Dans le cas de la vigne, le froid ([2]), la monochlorhydrine du glycol ([3]), ([4]), la « rindite » ([5]), etc., se sont montrés actifs sur la levée de la dormance des bourgeons. D'autre part, si l'on met en culture aseptique un segment d'entre-nœud de tige de *rupestris du Lot*, pendant le repos végétatif, son cambium ne prolifère pas ([6]). Par contre, lorsqu'on cultive, à la même époque, un segment pourvu d'un bourgeon, ce dernier entre en croissance et un volumineux cal apparaît sur la section libre de l'explantat ([7]).

Dans ces conditions, on était en droit de se demander si un traitement susceptible de lever la dormance des bourgeons d'une tige ne serait pas capable d'agir sur le cambium, soit directement, soit par l'intermédiaire des méristèmes primaires. Le cambium étant ainsi réactivé, il serait peut-être possible d'obtenir la prolifération *in vitro* de segments de *rupestris du Lot* dépourvus de bourgeons.

Dans la présente expérimentation, l'action séparée du froid, de la rindite, de l'auxine et de certaines combinaisons de ces facteurs a été éprouvée. Des tiges de *rupestris du Lot* ont été récoltées à la chute des feuilles en 1955 et 1957 et partagées en deux lots. L'un a été soumis, pendant 31 jours, à la température de 1°C, après paraffinage des extrémités des boutures. Le deuxième lot a subi un traitement à la rindite selon le mode opératoire décrit antérieurement ([5]). Après ces prétraitements, des segments d'environ 4 à 5 cm, pourvus d'un « œil », ont été prélevés sur ces boutures, mis en terrines et placés en serre chaude. Parallèlement, des segments d'entre-nœuds des mêmes boutures ont été cultivés aseptiquement dans le milieu Heller glucosé et additionné ou non d'auxine (acide α-naphtyl-

acétique aux doses 0,01 à 1 mg/l. Les témoins étaient constitués par des segments, pourvus ou non de bourgeons, prélevés sur des tiges n'ayant pas subi de prétraitements au froid ou à la rindite.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau :

Départ de la croissance des bourgeons de segments maintenus en serre chaude et prolifération du cambium des segments d'entre-nœuds cultivés in vitro.

	Tiges témoins.	Tiges traitées par le froid pendant 31 jours.	Tiges traitées par la rindite (0,3 ml/l).
En serre chaude.			
Début de croissance des bourgeons...	Hétérogène	Homogène	Homogène
Nombre de jours entre la plantation et le débourrement de 50 % des bourgeons.....................	55	22	23
En culture aseptique.			
Segments d'entre-nœuds dans :			
le milieu de base................	Sans cal	Sans cal	Sans cal
le milieu de base + ANA.........	»	»	–

Dans la serre chaude, le départ de la croissance des bourgeons des segments témoins s'est échelonné pendant très longtemps. Un très petit nombre d'entre eux ont commencé à croître à partir du 26e jour, mais 55 jours ont été nécessaires pour obtenir le débourrement de 50 %. Par contre, les bourgeons des segments provenant des tiges ayant subi l'action du froid et de la rindite ont « débourré » d'une façon très homogène et la totalité entra en végétation active les 22e et 23e jours. Ces deux derniers traitements réduisent donc la période de dormance dans de fortes proportions et provoquent l'entrée en activité, simultanée, de tous les bourgeons. Dans de tels cas, on a coutume de dire que la dormance de ces bourgeons a été levée.

Par contre, aucun des segments d'entre-nœuds n'a proliféré *in vitro* dans le milieu de base, qu'il soit prélevé sur les tiges traitées par le froid et la rindite, ou non traitées. Dans le milieu additionné d'auxine, les segments traités par le froid, comme les segments témoins, n'ont pas proliféré.

Ces expériences montrent que les facteurs physiques et chimiques utilisés diminuent considérablement la durée de la dormance des bourgeons de *rupestris du Lot*. Mais le prétraitement au froid est sans effet sur l'incapacité du cambium de proliférer *in vitro*, et ceci, même dans le cas où l'auxine est fournie après ces prétraitements. De même, la rindite n'influe pas sur la mise en activité du cambium.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) C. A. GOUWENTAK, *Kroninkl. Ned. Acad. Wetenschap.*, 44, 1941, p. 654.

(2) W. L. HOWARD, *Research Bull. Agr. Sta. Univ. Missouri*, n° 1, 1910.

(3) E. N. STANTON et F. E. DENNY, *Boyce Thompson Institute*, Prof. Paper, 10, 1929, p. 70.

(4) P. HUGLIN, *Ann. Amél. Plantes*, 8, 1958, p. 113.

(5) J. FALLOT, *Ann. Ec. Nat. Sup. Agron. Toulouse*, 3, 1955, p. 21.

(6) G. MOREL, *Ann. Epiph.*, 14, 1948, p. 123-234; *Thèse*, Paris.

(7) J. FALLOT, *Comptes rendus*, 251, 1960, p. 2575.

(*École Nationale Supérieure Agronomique, 145, avenue de Muret, Toulouse.*)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Modalités de la formation de bourgeons floraux sur des cultures de segments de tige de Tabac.* Note de M. **Pierre Chouard** et Mme **Danielle Aghion**, présentée par M. Raoul Combes.

La mise en culture de fragments d'entrenœuds de tiges de Tabac provenant de semis échelonnés, a montré des relations entre l'âge des plantes, l'ordre des entre-nœuds sur chacune des plantes et la néoformation de bourgeons aboutissant à des ébauches florales complètes plus ou moins précédées de feuilles, manifestant, dans les tissus internes, une sorte de gradient de la prédisposition à la mise à fleur.

Technique. — La technique expérimentale est inspirée de celle de Skoog [1]. Les tiges de *Nicotiana Tabacum* « Wisconsin 38 » de divers âges sont défeuillées, puis découpées en entre-nœuds; ceux-ci sont plongés quelques minutes dans l'hypochlorite de calcium à 9 % puis découpés en fragments ayant 1 cm de long; quand leur diamètre excède 1 cm ils sont également découpés longitudinalement en secteurs; la position qu'avait originellement sur la tige chacun de ces fragments, est notée.

Les fragments d'entre-nœuds inférieurs des tiges âgées, trop lignifiés, ne donnent pas spontanément de bourgeons. Il est donc prélevé seulement des fragments dans les entre-nœuds suffisamment jeunes mesurant au moins 1 cm de long. Si la plante est assez développée, il est prélevé ainsi jusqu'à une quinzaine d'entre-nœuds dans la portion distale de la tige. Après stérilisation, l'épiderme et la majeure partie du parenchyme cortical sont enlevés sur les fragments à mettre en culture.

Les cultures se font habituellement en tubes aseptiques contenant le milieu de Knop dilué deux fois, additionné de la solution des oligoéléments de Berthelot, des vitamines B_1(1 mg/l), acide nicotinique et pyridoxine (0,5 mg/l chacun), de glucose (30 g/l) et de gélose (10 g/l). Les fragments sont diposés, couchés à la surface du milieu de culture. Après mise en culture des segments d'entre-nœuds, les tubes sont placés dans une armoire éclairée continuellement par des lampes à fluorescence blanche de sorte que l'éclairement reçu est d'environ 1200 lx; la température est de 25 à 30°C.

Matériel végétal. — Notre étude a porté sur :

I. des Tabacs fleurissant normalement en serre; ils mesurent environ 2 m, ont une soixantaine de feuilles (en hiver) et une inflorescence terminée par une fleur épanouie ou en fruit au moment du prélèvement. Lorsque les fleurs se transforment en capsules l'une après l'autre, les bourgeons axillaires supérieurs, c'est-à-dire situés immédiatement en dessous de l'inflorescence commencent à pousser en de courts rameaux secondaires portant des ébauches florales consécutives au développement d'un petit nombre de feuilles;

II. des Tabacs de même âge qui, pour des raisons actuellement inconnues, ne fleurissent pas encore; la région apicale de leur pousse axiale comporte alors une quinzaine de feuilles rapprochées avec des entre-nœuds très courts. Ces derniers Tabacs ont un nombre de feuilles supérieur à ceux décrits précédemment.

III. enfin, des Tabacs plus jeunes, de divers âges, dont aucun n'a atteint l'âge de la floraison, et des plantules cultivées stérilement en tubes.

Résultats. — Après 4 à 5 semaines de culture, le cal qui s'est formé du côté proximal des fragments de tiges, et la zone cambiale, portent les formations décrites ci-après :

1. *Tabacs de type* I (adultes florifères). — Les fragments issus de la hampe florale portent des boutons floraux nombreux (jusqu'à 10), petits



Formations observées sur des entre-nœuds de tiges de Tabac provenant : 1, de la hampe florale (G × 2,7); 2, de la région précédant immédiatement l'inflorescence (G × 1,7); 3, d'une région plus proximale (G × 1,7). B, bouton floral; *b*, bractée; *f*, feuille.

(environ 1 mm) sessiles, isolés et accompagnés d'une, ou de plusieurs écailles. Des feuilles isolées prennent aussi naissance sur le cal : elles ont alors l'aspect de bractées (*fig.* 1).

Les fragments issus de la région de la tige précédant l'inflorescence, et où les bourgeons axillaires commencent à débourrer, donnent des résultats moins constants : sur les fragments d'entre-nœuds provenant de cette région, des inflorescences simples précédées ou non de feuilles peuvent se former, surtout lorsque le milieu est enrichi en sucres. Les boutons sont plus gros, ils atteignent la taille normale de 2 cm, mais leur épanouissement complet n'a pas encore été obtenu en tube de culture (*fig.* 2).

A partir de la région plus proximale qui suit, des bourgeons s'organisent en système « tige épaisse-feuilles-bouton floral » mêlés aux bourgeons végétatifs et aux feuilles. Le bouton floral est petit, il n'évolue pas et reste souvent caché par les feuilles (*fig.* 3).

2. *Tabacs de type* II (adultes non florifères). — Les fragments de ces Tabacs, de même âge que les précédents mais ne fleurissant pas, ne portent que le dernier type de formations indiqué ci-dessus avec, cependant, sur les morceaux pris vers le sommet de la tige la formation de boutons plus gros.

3. *Tabacs de type* III. — Sur les fragments de tiges de Tabacs plus jeunes mis en culture, il ne se forme normalement que des bourgeons végétatifs feuillés et des feuilles. Cependant il a été observé quelques rares fois la formation de systèmes « tige-feuilles-fleur » mais seulement sur les fragments prélevés au-dessus du 20e nœud. Dans aucun cas (I, II, III) on n'observe de racines.

La propriété des fragments d'entre-nœuds de donner en culture des systèmes « tige-feuilles-fleur » apparaît donc ici vers le 20e nœud; elle est de plus en plus marquée au fur et à mesure que les prélèvements sont faits au-dessus du 20e et de préférence sur les 50e à 60e nœuds, et qu'on approche de l'âge normal de la floraison des plantes entières. C'est dire qu'en culture, les entre-nœuds fournissent des boutons floraux de plus en plus fréquemment et de plus en plus précocement sur les pousses néoformées. Cependant, si l'on considère les néoformations provenant de plusieurs entre-nœuds successifs d'une même tige, la formation de boutons floraux apparaît sur des séries de deux ou trois entre-nœuds successifs séparés par quelques entre-nœuds qui ne donnent que des bourgeons végétatifs ou des feuilles.

L'apparition de boutons faisant suite à un petit système foliaire ne nécessite pas que le Tabac soit en fleurs, alors que la formation de boutons d'emblée sur le cal, sans tige épaisse ni feuilles larges, est associée à l'état de floraison de la plante mère.

La répartition des potentialités de formation de fleurs est ainsi distribuée dans les tissus internes de la tige selon une sorte de gradient, qui rappelle, dans une certaine mesure, le gradient d'âge et d'aptitude à la floraison des bourgeons axillaires normaux le long des tiges des mêmes tabacs.

(1) C. Miller et F. Skoog, *Amer. J. Bot.*, 40, 1953, p. 768-773.

(*Laboratoire du Phytotron, Gif-sur-Yvette, Seine-et-Oise.*)

RADIOBIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Analyse de l'action des rayons X sur la multiplication d'un organisme chlorophyllien unicellulaire : la chlorophycée* Scenesdesmus crassus *Chod.* Note (*) de MM. **Roland Gilet** et **Paul Ozenda**, transmise par M. Louis Néel.

La technique de culture sur gélose a permis une analyse à l'échelle individuelle des résultats précédemment acquis sur des populations d'algues unicellulaires en milieu liquide.

Dans une Note précédente [1], nous avons montré qu'une irradiation aigüe de rayons X de 20 000 R, émis par un appareil de radiothérapie, ralentit la croissance de cultures de *Scenedesmus crassus* Chod. et qu'au-dessus de 25 000 R la courbe de croissance présente un plateau dont la durée augmente avec la dose d'exposition aux rayons X. Depuis nous avons constaté qu'une dose d'exposition totale de 80 000 R arrête définitivement la croissance d'une telle culture qui contient environ, dans nos expériences, 16.10^6 individus et cœnobes pour 20 ml de milieu liquide.

Deux hypothèses pouvaient être envisagées :

A. Toutes les cellules sont atteintes et toutes subissent un arrêt *temporaire* de leur pouvoir de multiplication.

B. Quelques cellules gardent leur pouvoir de multiplication et assurent la pérennité de la culture.

Afin de distinguer la part relative des hypothèses A et B qui pourrait expliquer ces observations, nous avons pratiqué des cultures sur milieu gélosé (cultures stériles en boîtes de Pétri; milieu gélosé à 12 g/l; cultures d'algues à environ 400 000 individus ou cœnobes par millilitre dilué ensuite au 1/400. 1 ml de la dilution sert à ensemencer quatre boîtes de Pétri à raison de 6 à 7 gouttes par boîte; celles-ci sont placées dans les mêmes conditions de température et de lumière que les cultures liquides). Cette technique a déjà été utilisée par d'autres auteurs dans l'analyse de l'action des rayonnements sur les algues [2], [3], [4], [5].

Huit à dix jours après l'ensemencement, toutes les algues capables de former une colonie ont donné une tache verte visible à l'œil nu.

Remarques. — 1. Nous avons vérifié, par comptage à la cellule de Malassez, que chaque colonie provenait d'une seule algue ou d'un seul cœnobe et que les algues groupées en cœnobes ne se séparent pas lors de la dilution.

2. Nous avons constaté que, dans les délais d'apparition des colonies, la vitesse de développement sur milieu gélosé est plus grande qu'en milieu liquide (ensemencement sur gélose sans dilution à partir d'une culture liquide; huit jours plus tard, remise en suspension des algues cultivées sur gélose; comparaison de la densité optique de la suspension ainsi obtenue et

de la culture liquide qui s'est développée parallèlement durant ces huit jours). Ces résultats amènent à penser que toute algue irradiée qui serait capable de se multiplier en milieu liquide donne aussi bien une colonie sur gélose.

Résultats. — 1. Après irradiation de la culture liquide d'ensemencement à diverses doses de rayons X, délivrées à raison de 2 000 R/mn, si des colonies doivent se développer dans les boîtes de Pétri, les 2/3 environ apparaissent 10 jours après l'ensemencement et le reste dans la dizaine de jours qui suit.

2. Les résultats numériques des irradiations sont donnés dans le tableau suivant :

Dose d'exposition totale (kR).	Nombre de colonies issues des cultures non irradiées.	irradiées.	Pourcentage d'algues capables de se multiplier après irradiation.	Taux de dilution des cultures irradiées différant de 1/400.
5	754	495	66	–
5		486	76	–
6		391	61	–
7	612–662	260	40	–
8		297	44	–
9		247	36	–
10	965	187	19	
	697	134	19	
11		41	8,1	–
12		28	5,5	–
13	494–494 526	4	0,8	–
14		7	1,4	
15		4	0,8	–
15		33	3	–
	1092	68	3,1	1/200
		150	3,4	1/100
		273	3,1	1/50
15	572	29	5	–
15		31	2,7	–
	1174	39	3,3	–
		52	4,4	–
		42	3,5	–
15	600	62	10,3	–

A partir de 20 000 R, pour une dilution de 1/400, aucune colonie n'apparaît.

3. Lorsque des cultures liquides en erlenmeyer sont laissées parfaitement au repos après une irradiation de l'ordre de 60 000 R, elles se décolorent; cinq semaines plus tard, il apparaît sur le fond de l'erlenmeyer quelques points verts nettement localisés.

4. Des colonies bien développées, irradiées à 20 000 R, se décolorent. Un mois plus tard, sur la colonie décolorée, et principalement sur son pourtour, il apparaît de nouvelles petites taches vertes.

Interprétation. — L'hypothèse B, selon laquelle un nombre limité d'individus garderaient, après irradiation, leur pouvoir de multiplication, rend compte presque à elle seule des observations effectuées : 2/3 des colonies issues d'algues irradiées présentent la même vitesse de développement que les colonies issues d'algues non irradiées; le nombre d'algues aptes à se multiplier décroît quand la dose d'irradiation croît; les cultures liquides irradiées et laissées immobiles et les colonies irradiées sur gélose manifestent des reprises de croissance localisées.

L'hypothèse A, selon laquelle les algues irradiées subiraient un arrêt temporaire de leur multiplication, ne peut cependant pas être totalement rejetée : apparition de colonies tardives sur gélose ensemencée par une culture liquide irradiée; délais de reprise de la multiplication sur les colonies irradiées directement sur gélose.

L'emploi simultané de cultures liquides et de culture sur gélose fait ressortir l'importance que joue le nombre d'individus soumis à l'expérimentation : l'action de 5 000 R qui n'apparaît pas en cultures liquides est nette en cultures sur gélose; 20 000 R agissant sur un lot de 1000 individus ou cœnobes ne permettent à aucun d'eux de produire une colonie alors qu'ils ralentissent seulement la croissance d'une culture liquide qui compte, rappelons-le, des millions d'individus. Ceci suffirait peut-être à expliquer les écarts de radiosensibilité relevés par quelques auteurs entre différentes espèces d'algues (6), (7).

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) R. Gilet et P. Ozenda, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 1552.
(2) A. Forssberg, *Acta radiol.*, 14, 1933, p. 399.
(3) H. Langendorff, M. Langendorff et A. Reuss, *Strahlentherapie*, 46, 1933, p. 655.
(4) K. Pietschmann, *Archiv. f. Mikrobiol.*, 8, 1937, p. 180.
(5) J. W. Porter et M. S. Watson, *Amer. J. Bot.*, 41, n° 7, 1954, p. 550.
(6) M. B. E. Godward, *Nature*, 185, n° 4714, 1960, p. 706.
(7) A. Howard et R. J. Horsley, *Int. J. Rad. Biol.*, 2, n° 3, 1960, p. 319.

(*Laboratoire de Biologie végétale du Centre d'Études nucléaires de Grenoble.*)

ENTOMOLOGIE. — *Observations sur l'iléon des* Melolonthinæ (Coléopt. Scarab.). Note de (*) Mlle **Simone Couturier** et MM. **Bernard Possompès** et **Albert Couturier**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

L'iléon de l'imago de *Melolontha melolontha* L., est une partie renflée et brunâtre de l'intestin postérieur, située en arrière de l'insertion des tubes de Malpighi. Sa surface interne présente six rangées longitudinales de replis noirs, en doigts de gant, rattachés à leur base à la paroi de l'iléon, mais dont le bord libre en obstrue en grande partie la lumière. Ces replis sont empilés les uns sur les autres à raison d'une quarantaine par rangée.

Un épais revêtement (40-50 μ) recouvre l'épithélium de chaque repli à l'exclusion de l'épithélium pariétal. Considéré comme une épaisse cuticule depuis Steubel [1] et Bounoure [2], ce *revêtement est en fait une formation non cuticulaire bourrée de bactéries* en bâtonnet dont la présence avait été simplement signalée par Lison [3]. Nous avons précisé leur localisation par frottis et sur des coupes histologiques (*fig.* 1).

Ces bactéries, gram négatif, ont été déterminées par Mlle de Barjac de l'Institut Pasteur comme appartenant à la tribu des *Escherichææ* (*Escherichia freundii* et Coliformes); elles avaient déjà été reconnues dans le tube digestif de divers insectes [4].

La flore bactérienne, extrêmement dense, est absolument homogène et remarquablement localisée à un endroit où l'épithélium forme des replis qui de plus sont hérissés de fines épines.

Les replis de la région antérieure de l'iléon sont d'emblée bien formés et portent un revêtement bactérien; ceux de la région postérieure ne possèdent pas de bactéries, ce sont de simples replis de l'épithélium dont l'intima épaissie présente de très fortes épines.

L'iléon a été étudié chez des espèces et des genres voisins :

Melolontha hippocastani Fab. identique à *M. melolontha* L.;

Anoxia australis Schön. à iléon à replis de teinte café au lait-jaune clair;

Rhizotrogus æstivus. Ol. à replis internes blanc jaunâtres;

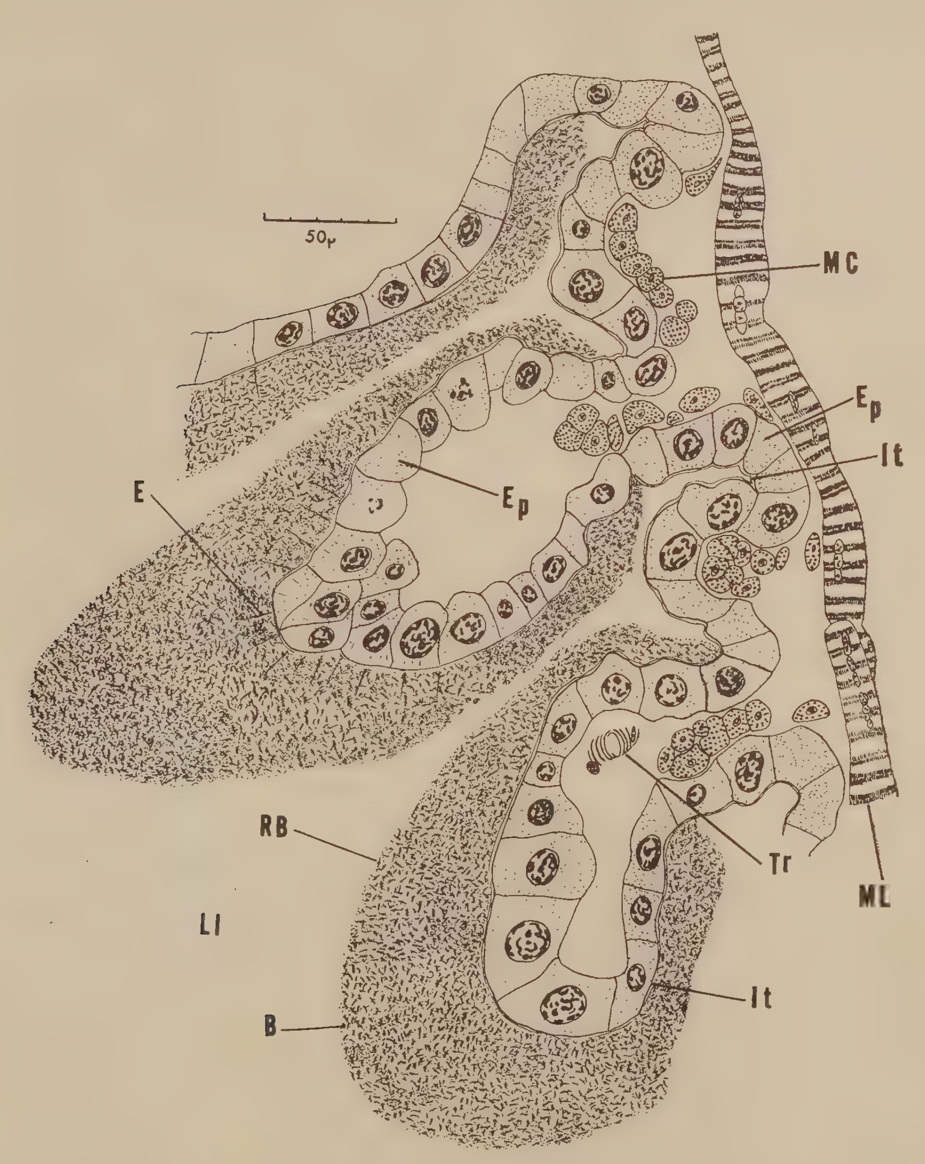
Amphimallon solstitialis L. à replis jaunâtres;

Amphimallon ater. Her. à replis jaunâtres mais avec réduction des rangées longitudinales (2 ou 3) et du nombre de replis par rangée.

Chez ces différents genres, les replis internes de l'iléon portent aussi un revêtement bactérien.

Il est intéressant de constater l'existence des replis bactériens dans l'iléon de genres de *Melolonthinæ* dont les modes de vie présentent des oppositions marquées [5]. Les uns mangent beaucoup (*Melolontha*, *Rh. æstivus*), les autres se nourrissent à peine (*Amph. solstitialis*) ou pas du tout (*A. ater*); la réduction des replis chez *A. ater* correspond sans doute à des besoins alimentaires plus limités que ceux d'*A. solstitialis.*

Les autres sous-familles de *Scarabeidæ* (*Cetoninæ*, *Rutelinæ*, *Dynastinæ*) et les *Geotrupidæ* n'ont pas d'iléon à replis internes. Ceux-ci sont connus chez les *Passalidæ* mais ils sont dépourvus de revêtement bactérien et, à leur niveau, se développent des Phycomycètes [6].



Melolontha melolontha Imago-Iléon.

Coupe longitudinale de quelques replis internes bactériens médians.

B, bactéries; E, épines; Ep, épithélium; It, intima; L. I., lumière de l'intestin; M. C., muscles circulaires; M. L., muscles longitudinaux; R. B., revêtement bactérien; Tr, trachée.

L'étude des modifications du tube digestif au cours de la métamorphose chez *M. melolontha* montre que la larve et la prénymphe ne présentent aucune formation rappelant l'iléon de l'imago. Chez la toute jeune nymphe, l'intestin est un tube droit et transparent dépourvu de toute différenciation en iléon. A un stade nymphal plus avancé, on voit apparaître les premiers replis comme de simples bourrelets de l'épithélium. Chez la nymphe âgée, l'iléon présente encore des replis internes transparents et incolores.

Au point de vue histologique, on remarque que l'épithélium des replis est recouvert tout d'abord d'une substance granuleuse de 7,5 μ d'épaisseur dépourvue de bactéries, et que, vers la fin de la nymphose, les replis portent de nombreuses épines très fines de 30 à 35 μ de long partant d'une mince intima à raison d'une centaine par cellule. On ne note pas encore la présence de bactéries.

L'iléon du jeune imago est transparent comme celui de la nymphe âgée mais ici apparaissent les premières bactéries entre les fines épines. Très rapidement, tous les replis à fines épines se garnissent d'une flore bactérienne extrêmement dense et homogène dont la localisation, vraiment remarquable, se manifeste par le changement de teinte des replis qui deviennent gris, puis noirs. Les bactéries elles-mêmes étant incolores, cette pigmentation, différente d'un genre à l'autre, serait peut-être due à une secrétion de l'hôte.

Ainsi, les replis se forment pendant la nymphose et les microorganismes se mettent en place dès les premiers jours de la vie imaginale.

Le rôle de ces bactéries et le mécanisme de l'infestation ne sont pas encore connus.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) *Zool. Jahrb. Abt. allg. Zool. Phys.*, 33, 1913, p. 164-224.
(2) Paris, 1919.
(3) *Ann. Soc. Roy. Zool. Belg.*, 69, 1938, p. 195-233.
(4) E. A. Steinhaus, *J. Bact.*, 42, 1941, p. 757-790.
(5) A. Couturier et P. Robert, *Bull. Soc. Hist. Nat. Colmar*, 1954, p. 40-51.
(6) R. Heymons et H. Heymons, *Biol. Zbl.*, 54, 1934, p. 40-51.

(*Laboratoire de Génétique évolutive du C. N. R. S. à Gif-sur-Yvette, Seine-et-Oise* et *Station de Zoologie agricole, I. N. R. A., Colmar.*)

ANATOMIE COMPARÉE. — *Remarques d'anatomie comparée à propos du faisceau scapulaire du deltoïde et du petit rond chez les Insectivores et les Prosimiens.* Note de Mlle **Françoise-Kyou Jouffroy**, présentée par M. Clément Bressou.

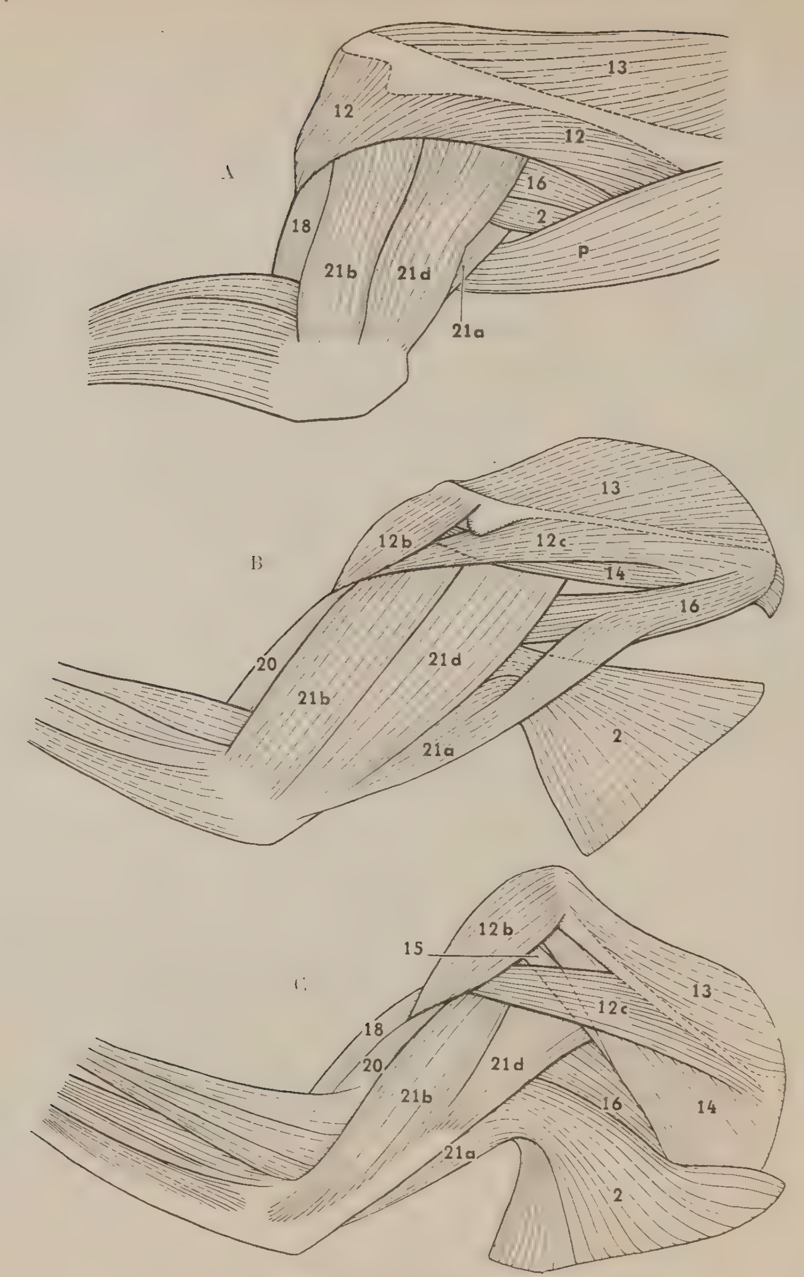
En dépit de nombreuses critiques de principe, les anatomistes contemporains s'accordent à reconnaître, au moins dans les limites d'une même Classe de Vertébrés, la suprématie du critère de l'innervation pour la détermination des homologies musculaires ([1]), ([2]). De primauté à exclusivité le pas est trop vite franchi, qui amène parfois à une impasse. Lorsque l'innervation se révèle impuissante à résoudre un problème d'homologie, il ne faut pas renoncer pour autant à recourir aux autres critères classiques : en particulier aux divers rapports (topographiques, embryologiques, fonctionnels, etc.) avec les autres éléments anatomiques : os, vaisseaux, ligaments, etc.

Ainsi, chez de nombreux Mammifères pentadactyles Primates, Rongeurs ([3]), ([4]), Carnivores ([5]), Chiroptères ([6]), ([7]), Insectivores ([8]), il existe deux muscles scapulo-huméraux innervés par le nerf axillaire (ou nerf circonflexe) : d'une part, le faisceau scapulaire du deltoïde (*spinodeltoideus*), muscle superficiel qui unit l'épine scapulaire à la diaphyse humérale, d'autre part, le petit rond (*teres minor*), muscle profond qui unit le bord axillaire de l'omoplate à la grande tubérosité de l'humérus.

Chez un certain nombre d'Insectivores (musaraignes, taupes), un seul de ces deux muscles est présent. D'après Campbell ([9]) et Reed ([10]), il n'y a « aucun moyen », étant donnée la communauté d'innervation, de savoir si l'on doit le considérer comme homologue du faisceau scapulaire du deltoïde ou du petit rond ([11]). Ce problème nous paraît pouvoir être résolu par l'étude comparative des rapports musculaires et osseux chez les Prosimiens et les Tupaïdés.

Chez les Prosimiens, faisceau scapulaire du deltoïde et petit rond coexistent comme chez tous les Primates. A la différence des Simiens et de l'Homme, cependant, le premier de ces muscles est tout à fait individualisé et séparé du reste du deltoïde : il naît sur la partie postérieure de l'épine scapulaire, le bord vertébral de l'omoplate et l'aponévrose superficielle du sous-épineux, muscle qu'il recouvre en partie. Le petit rond, en revanche, est très réduit et reste cantonné dans la région articulaire du bord axillaire de l'omoplate, le long de la lisière inférieure du sous-épineux, avec lequel il est parfois confondu : seule, l'innervation par un rameau du nerf axillaire permet alors de déceler sa présence au sein de la masse commune.

Chez les Tupaïdés, ce rameau nerveux lui-même a complètement disparu : le petit rond est absent. Le deltoïde se présente tout à fait comme chez



Vue externe des muscles de l'épaule chez :
A, *Erinaceus* (d'après Dobson); B, *Tupaia* (dissection de l'auteur);
C, *Lemur* (dissection de l'auteur).

2, grand dorsal; 12, deltoïde (*b*, faisceau acromial; *c*, faisceau scapulaire); 13, sus-épineux; 14, sous-épineux; 15, petit rond; 16, grand rond; 18, biceps; 20, brachial antérieur; 21, triceps (*a*, dorso-épitrochléen; *b*, vaste externe; *c*, chef scapulaire); *p*, dorso-humérien (non figuré chez *Tupaia* et *Lemur*).

les Prosimiens, avec les mêmes rapports osseux (insertion proximale à la partie postérieure de l'épine jusque sur le bord vertébral de l'omoplate, insertion distale sur la crête humérale deltoïdienne) et musculaire (contiguïté avec le trapèze sur l'épine, confusion à l'origine avec l'aponévrose superficielle du sous-épineux, et distalement avec le faisceau acromial du deltoïde). On s'explique mal que, en dépit de ces faits, Le Gros Clark ([12]) chez *Tupaia* et *Ptilocercus*, et Davis ([13]) chez *Dendrogale* aient homologué ce muscle au petit rond, alors que l'absence du petit rond chez les Tupaïdés apparaît comme la réalisation d'une tendance qui se manifeste à des degrés divers chez tous les Prosimiens.

Cette disposition est semblable à celle que nous avons signalée, plus haut, chez les musaraignes et les taupes : elle est conforme, questions de terminologie mises à part, aux descriptions de Dobson, Campbell et Reed. A ce point de vue, les Tupaïdés donnent l'image d'un type intermédiaire entre les Primates et ces Insectivores : comme chez les Tupaïdés, l'identité des rapports musculaires et osseux permet, à défaut d'innervation caractéristique, d'homologuer, chez les Soricoïdés et Talpidés, l'unique muscle scapulo-huméral innervé par le nerf axillaire au faisceau scapulaire du deltoïde.

([1]) R. W. Haines, *J. Anat.*, 70, 1936, p. 33-55.
([2]) W. L. Straus, *Biol. Rev.*, 21, 1946, p. 75-91.
([3]) E. C. Greene, *Trans. Amer. Phil. Soc.*, 27, 1959, 370 pages.
([4]) H. Alezais, *Contribution à la myologie des Rongeurs*, Paris, 1900, 395 pages.
([5]) E. Bourdelle et C. Bressou, *Anatomie régionale des animaux domestiques*, IV : *Chien et Chat*, Paris, 1953, 502 pages.
([6]) G. M. Humphry, *J. Anat. and Physiol.*, 3, 1869, p. 294-319.
([7]) T. A. Vaughan, *Univ. of Kansas Publ. Mus. Nat. Hist.*, 12, 1959, p. 1-153.
([8]) G. E. Dobson, *A monograph of the Insectivora, systematic and anatomical*, Londres, 1883, 172 pages.
([9]) B. Campbell, *Amer. J. Anat.*, 64, 1939, p. 1-39.
([10]) C. A. Reed, *Amer. Midl. Nat.*, 45, 1951, p. 513-671.
([11]) " As Campbell pointed out, there is no way of knowing wether the teres minor is or is not represented in the soricoids as the muscle I am calling the *M. spinodeltoideus* may well be the *M. teres minor* " (Reed, p. 626).
([12]) W. E. Le Gros Clark, *Proc. Zool. Soc. London*, 1924, p. 461-497 et 1926, p. 1179-1309.
([13]) D. D. Davis, *Zool. Ser. Field Mus. Nat. Hist.*, 20, 1938, p. 383-404.

(*Laboratoire d'Anatomie comparée, Muséum d'Histoire naturelle.*)

HISTOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la morphologie hypophysaire chez* Lepadogaster gouani *Lacépède* (*Téléostéens*, Gobiesocidæ). Note (*) de M. **Claude Leray**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

L'hypophyse de *Lepadogaster gouani* a son plan de symétrie à 90° de celui du cerveau et se trouve incluse entre les lobes inférieures. Sa structure, d'un aspect nouveau, est en couches concentriques autour de la neurohypophyse.

Dans le cadre d'une étude générale de la biologie des *Gobiesocidæ* (Téléostéens possédant deux ventouses abdominales), notre attention a été attirée par la morphologie de l'hypophyse de *Lepadogaster gouani*. Dès 1888, Guitel, dans son étude générale des *Gobiesocidæ*, remarquait sur des coupes frontales de cerveau de *L. gouani*, une absence de tige pituitaire, ainsi qu'une hypophyse complètement incluse dans la substance nerveuse, position qu'il attribuait à une rétraction due au fixateur utilisé (acide osmique). Sur de nombreux cerveaux de cette espèce fixés au Bouin et au Bouin-Hollande sublimé, nous avons entrepris une étude histologique complète. A l'aide de coupes sériées dans les trois plans de l'espace, nous avons pu reconstituer la morphologie générale de la neurohypophyse et de l'adénohypophyse, ainsi que la topographie cellulaire de cette dernière.

L'hypophyse est une petite glande ovoïde de 250 sur 150 μ environ chez l'adulte, insérée entre les lobes inférieurs sur toute sa longueur, de telle sorte qu'en coupe frontale elle ne fait nulle part saillie hors de la substance nerveuse. Si sur coupes sagittales, il est impossible de voir une tige, sur coupes frontales, il apparaît très nettement que la tige pituitaire pénètre non pas verticalement dans la glande, en émergeant du plancher de l'hypothalamus, comme chez tous les Téléostéens déjà étudiés, mais horizontalement, c'est-à-dire à 90° à droite ou à gauche de sa position normale, et semble ainsi provenir des lobes inférieurs (*voir* schéma). Ce fait, jamais encore signalé à notre connaissance, est confirmé et complété par l'examen de coupes horizontales de cerveau, qui montrent l'existence d'une longue et fine tige pituitaire. Issue d'une région de l'hypothalamus antérieure à la glande, cette tige se prolonge sur un côté et, en son milieu, s'épanouit intérieurement à l'adénohypophyse. Si l'on voit nettement une petite cavité dans la neurohypohyse, il nous a été impossible de mettre en évidence un prolongement de l'infundibulum dans la tige pituitaire, qui par contre, contient des fibres riches en neurosécrétat; mais cette substance est présente sous forme de filaments très étroits, colorables par la fuchsine-paraldéhyde, qui se laissent résoudre, à l'immersion, en très fines gouttelettes. La neurohypophyse envoie quelques courtes digitations dans la partie glandulaire, celle-ci formant un cortex épais. Dans celui-ci, nous avons pu distinguer trois zones concentriques d'affinité tinctoriales

différentes. Des coupes horizontales de cerveau, qui sont en réalité des coupes sagittales de la glande, mettent en évidence une couche importante de cellules acidophiles (orangeophiles et carminophiles, mais ne se colorant point par le jaune naphtol à pH 3), quelques-unes d'entre elles peuvent se trouver sous forme d'îlots dans la neurohypophyse. Plus extérieurement et mélangées à ces cellules (mais absentes dans la région postérieure), on observe concentriquement quelques cellules basophiles, de formes irrégulières, étoilées, chargées de granules colorables par la fuchsine-paraldéhyde. Si ces cellules colorées par cette méthode, ou par celle d'Hotchkiss-Mc



Portion inférieure d'une coupe frontale de cerveau de *Lepadogaster gouani*, passant par la région médiane de l'hypophyse.

Manus (PAS), sont peu nombreuses, un plus grand nombre nous est montré par la technique du bleu alcian-PAS (Herlant). En effet, sur des coupes traitées successivement par le bleu alcian à pH 0,2 après oxydation permanganique et par le PAS, on distingue deux types de cellules : les unes à granulations pourpre, qui semblent correspondre topographiquement aux cellules PAS^{+} et FP^{+} décrites précédemment, les autres à granulations bleu vert, distinctes de la neurosécrétion. Il semble donc que cette technique permette d'établir l'existence de deux sortes de cellules cyanophiles, sans qu'on puisse, en l'absence de toute étude physiologique, attribuer à l'une ou à l'autre une quelconque fonction. A l'extérieur, et toujours concentriquement à cette couche de cellules cyanophiles, on observe une dernière couche, peu épaisse, de cellules chromophobes, qui, comme la précédente, est interrompue dans la région postérieure de la glande pour laisser la place à un amas de cellules légèrement cyanophiles, que nous appellerons amphophiles.

Par suite de cette structure en couches concentriques autour de la neurohypophyse, en exceptant toutefois le groupe cellulaire amphophile postérieur, assimilable à la métaadénohypophyse des autres Téléostéens, toutes les classifications actuelles sont difficilement applicables à cette espèce. Nous croyons cependant pouvoir homologuer la totalité de la glande (sauf la partie postérieure) à la mésoadénohypophyse selon la classification de Pickford et Atz, ou à la région glandulaire moyenne selon M. Olivereau. Il est par contre impossible de trouver l'équivalent de la proadénohypophyse ou pars anterior.

En résumé, l'hypophyse de ce *Gobiesocidæ* nous a montré des caractères originaux dans sa morphologie générale ainsi que dans sa constitution cellulaire, et nos recherches ultérieures, en étendant l'investigation aux autres espèces européennes et exotiques, tenteront d'expliquer le déterminisme de la disposition asymétrique de cette glande chez ces animaux.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(*Station marine d'Endoume, rue de la Batterie-des-Lions, Marseille.*)

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Influence de divers mésenchymes sur la différenciation de l'épithélium pulmonaire de l'embryon de Poulet en culture* in vitro. Note (*) de Mlle **Florence Dameron**, présentée par M. Robert Courrier.

L'ébauche épithéliale du poumon de l'embryon de Poulet, isolée en culture *in vitro*, ne peut se ramifier ni se différencier. Ce résultat ne peut être atteint qu'après réassociation de l'ébauche épithéliale avec l'ébauche du mésenchyme pulmonaire. Parmi les autres mésenchymes éprouvés, seule l'ébauche du métanéphros donne des résultats positifs.

Le poumon embryonnaire de Poulet s'édifie à partir de deux ébauches, épithéliale et mésenchymateuse. A 5 jours d'incubation, il a l'aspect d'un petit sac mésenchymateux qui enveloppe un conduit présentant deux ou trois dilatations. Nous nous sommes demandé quelles étaient les influences respectives de ces deux constituants l'un par rapport à l'autre dans l'édification du poumon. Nous avons cherché à savoir s'ils étaient indispensables tous les deux et si l'on pouvait substituer le mésenchyme d'un autre organe au mésenchyme pulmonaire. L'ébauche épithéliale peut-elle encore se ramifier et se différencier dans ces conditions?

Employant la méthode que Grobstein (1953) [1], [2] a utilisée lorsqu'il a étudié l'interaction entre l'épithélium et le mésenchyme au cours du développement du métanéphros et de la glande salivaire de la Souris, nous avons séparé les deux constituants pulmonaires à l'aide de solutions de versène et de trypsine à 1 ‰. Une dissociation mécanique à la pipette, puis avec des pinces et scalpels fins permet de compléter la séparation de l'épithélium et du mésenchyme qui l'entoure.

Nous déposons cet épithélium prélevé à 5 jours d'incubation sur un fragment de membrane vitelline étalée sur le milieu de culture (Ét. Wolff, 1960) [3]. Cette membrane favorise l'étalement des explants et permet une meilleure culture. Nous utilisons le milieu de culture standard (Ét. Wolff et K. Haffen, 1952) [4], additionné de sérum en substituant trois gouttes de sérum à deux gouttes de liquide de Tyrode.

L'épithélium est associé à du mésenchyme homologue ou hétérologue et cultivé pendant 5 à 6 jours. Les explants sont fixés au liquide de Bouin. Les uns sont coupés et colorés à l'hémalun-éosine pour un examen histologique. Les autres sont colorés *in toto* au carmin chlorhydrique alcoolique pour permettre d'observer leur structure morphologique d'ensemble.

Le poumon controlatéral sert de témoin. Dans les cas d'associations hétérologues, nous avons cultivé, à titre de témoins :

— l'épithélium isolé;

— l'épithélium réassocié à du mésenchyme pulmonaire.

Le poumon cultivé en entier continue son développement. Les petites dilatations épithéliales s'accroissent, quelques-unes deviennent de véritables sacs. De nouvelles digitations apparaissent (de 2 à 8), plus ou moins nombreuses selon la quantité de mésenchyme présent. L'épithélium, constitué de cellules cylindriques serrées, s'est différencié.

Tableau des résultats obtenus dans chaque type d'associations.

Type d'association. Épithélium.	Mésenchyme.	Nombre total de cas.	Nombre de survie.	Différenciation positive de l'épithélium pulmonaire.
Pulmonaire	Pulmonaire	77	50 (*)	49+
»	Allantoïde	15	15	15
»	Somites	56	56	56
»	Mésonéphros de 5 jours	23	22	22
	» 3 »	6	6	6−
»	Métanéphros	17	17	15+

(*) Le plus grand nombre de nécroses dans les premières cultures est dû à ce que la technique n'était pas encore suffisamment éprouvée.

L'épithélium pulmonaire isolé en culture est incapable de poursuivre sa morphogenèse. Il s'étale sur le milieu, plus rarement il se rassemble en un petit amas sphérique. La présence de mésenchyme est indispensable à son organogenèse. Mais la nature du mésenchyme ne lui est pas indifférente.

Parmi ceux que nous avons essayés, deux seulement sont actifs : les mésenchymes pulmonaire et métanéphrétique.

Les autres mésenchymes, tels celui des somites (explanté à 3 jours), de l'intestin (explanté à 5 jours), du mésonéphros (explanté à 5 jours et à 3 jours) et de la chorio-allantoïde (explanté à 5 jours) permettent la survie de l'épithélium et empêchent sa dispersion. Mais ils n'ont aucune influence sur sa différenciation et sa croissance.

Le mésenchyme pulmonaire au contraire favorise une croissance importante de l'épithélium. Celui-ci forme des digitations nombreuses (de 5 à 20) disposées de façon anarchique. Elles sont d'autant plus nombreuses que le mésenchyme est plus abondant. Leurs cellules sont hautes et serrées, bien différenciées.

Le mésenchyme métanéphrétique permet aussi la ramification de l'épithélium bronchique. Les digitations sont toutefois moins nombreuses qu'avec le mésenchyme pulmonaire. La différenciation de l'épithélium se produit nettement en certaines régions.

En conclusion, l'épithélium bronchique cultivé isolément ne peut se ramifier ni s'organiser. Il a besoin d'un mésenchyme spécifique. Le mésenchyme pulmonaire est le plus favorable à sa croissance et à sa différenciation. Mais le mésenchyme métanéphrétique favorise aussi la ramification des bronches

et leur différenciation partielle. Il reste à savoir si ces mésenchymes agissent par l'intermédiaire d'une substance diffusant vers l'épithélium ou par un effet de contact. C'est ce que nous tentons d'élucider actuellement.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) C. Grobstein, *J. Exp. Zool.*, 124, 1953, p. 383-414.

(2) C. Grobstein, *J. Exp. Zool.*, 130, 1955, p. 319-340.

(3) Ét. Wolff, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 3881.

(4) Ét. Wolff et K. Haffen, *Texas Rep. on Biol. Med.*, 10, 1952, p. 463-472.

(*Laboratoire d'Embryologie expérimentale du Collège de France et du C. N. R. S., 11, place Marcellin-Berthelot, Paris, 5e.*)

ENDOCRINOLOGIE. — *Répercussions d'un inhibiteur de la monoamine-oxydase, la niamide, sur l'appareil hypophyso-génital et la cortico-surrénale de la Ratte.* Note (*) de M. **Herbert Tuchmann-Duplessis** et Mme **Lucette Mercier-Parot**, présentée par M. Robert Courrier.

La niamide provoque un déséquilibre hypophyso-génital se traduisant par une kératinisation vaginale presque continue, avec atrophie de l'ovaire et de l'utérus et augmentation numérique des grandes cellules basophiles de l'antéhypophyse. La zone glomérulée de la cortico-surrénale est hypertrophiée.

Des observations précédentes nous ont permis de montrer que les substances qui exercent une action sédative et hypnotique sur les centres nerveux, comme la réserpine et la déserpidine, perturbent l'équilibre hypophyso-génital de la Ratte. Ces alcaloïdes déterminent un état de diœstrus presque permanent, des modifications régressives de l'ovaire et de l'utérus et une forte stimulation de la glande mammaire qui devient le siège d'une abondante sécrétion de colostrum ([1]), ([2]).

On trouve là un exemple de l'importance des retentissements réciproques des systèmes nerveux et endocrines.

Il nous a paru intéressant de poursuivre nos recherches sur les corrélations neuro-endocrines et d'examiner l'action d'un stimulant de l'activité nerveuse.

Nous rapportons ici les résultats obtenus avec le (pyridinyl-4-1 phényl-8-dioxo-1.6 triaza-2.3.7 octane), substance appartenant au groupe des hydrazides, plus connue sous le nom de niamide.

Selon Biel et coll. ([3]), la niamide stimulerait le système nerveux par un double mécanisme : une action directe sur les centres nerveux comparable à celle des amphotamines et une inhibation de la monoamine-oxydase au niveau du cerveau ce qui empêcherait la destruction des amines stimulantes endogènes telles que l'adrénaline, la noradrénaline et probablement aussi de la sérotonine.

Comme on pouvait le supposer, ce stimulant nerveux retentit sur le système endocrine et en particulier sur l'activité hypophyso-génitale.

Les expériences ont porté sur des rattes Wistar, vierges, âgées de 3 mois et demi et pesant en moyenne 220 g.

Avant le début de l'expérience le cycle œstral de tous les animaux a été vérifié et seules ont été retenues les rattes qui eurent des œstrus régulièrement espacés de 4 jours.

Les animaux ont été divisés en trois lots : 15 témoins et deux groupes de 25 traités par la niamide administrée par voie orale pendant 40 jours à raison de 80 mg/kg/jour pour un lot et de 60 mg/kg pour le deuxième lot. Pendant la première semaine on note une certaine anorexie; après cette accoutumance la niamide est bien acceptée.

Dans les deux lots après 10 jours de traitement on constate :

Chez environ 90 % des rattes, une kératinisation vaginale presque permanente. Il ne s'agit cependant pas d'un œstrus vrai car les frottis comportent toujours un certain nombre de petites cellules nucléées. Seulement chez 10 % des animaux on note une kératinisation vaginale franche. Cette perturbation du cycle vaginal persiste durant tout le traitement.

A l'autopsie, on constate des modifications de l'appareil génital qui sont, à l'intensité près, analogues dans les deux lots.

La diminution pondérale de l'ovaire est de 40 % par rapport aux témoins pour le lot traité à raison de 80 mg/kg et de 25 % dans l'autre groupe. Le poids de l'utérus est diminué respectivement de 55 et 45 %. Celui des surrénales et de l'hypophyse n'est pas modifié.

L'examen microscopique révèle au niveau de l'ovaire une légère atrésie folliculaire, une prolifération importante du tissu interstitiel et une diminution du nombre des corps jaunes fonctionnels. La majorité de ceux-ci sont peu vascularisés et les cellules lutéiniques sont pauvres en enclaves.

L'utérus, de taille réduite, parfois filiforme, a une structure inattendue. L'épithélium superficiel de la muqueuse est cubique ou cylindrique, les glandes sont généralement bien développées. Le chorion par contre est nettement anormal, constitué de petites cellules aplaties, il a un aspect compact.

L'épithélium vaginal, chez presque tous les animaux, est légèrement aminci mais les couches superficielles sont kératinisées.

Enfin la structure de la glande mammaire n'est pas modifiée.

Au niveau de la cortico-surrénale on note une modification constante sensiblement analogue chez les deux catégories de rattes traitées par la niamide. Elle consiste en une hypertrophie très nette de la glomérulée sans changement notable des deux autres zones.

Le lobe antérieur de l'hypophyse présente un virage chromophile avec augmentation numérique des cellules basophiles de grande taille.

La niamide, stimulant du système nerveux, provoque donc chez la Ratte des modifications très différentes de celles observées sous l'effet de la réserpine.

Le déséquilibre génital se traduit par une tendance à la kératinisation vaginale permanente alors que la réserpine détermine au contraire un état de diœstrus continu. Dans les deux cas cependant, la perturbation génitale entraîne une forte atrophie de l'ovaire et de l'utérus. La niamide produit par ailleurs une hypertrophie constante de la zone glomérulée de la cortico-surrénale, qui pourrait traduire un changement dans l'élaboration des minéralo-corticoïdes et en particulier de l'aldostérone.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) H. Tuchmann-Duplessis et L. Mercier-Parot, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1233.

(2) H. Tuchmann-Duplessis et L. Mercier-Parot, *Ann. Endocrin.*, 19, 1958, p. 1143.

(3) J. H. Biel, A. P. Nuhfer et A. C. Comvay, *Ann. New York Acad. Sc.*, 80, 1959, p. 568.

(*Laboratoire d'Embryologie, Faculté de Médecine, Paris.*)

BIOLOGIE. — *Conséquences d'une alimentation forcée chez des Chenilles du Bombyx du Mûrier* (Bombyx mori) *mises à jeun ou décérébrées.* Note (*) de MM. **Jean-Jacques Bounhiol** et **Sylvain Cavallin**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

L'introduction, à la sonde, d'une liqueur nutritive après décérébration ou mise à jeun définitive permet de mieux étudier, chez les Vers à soie, les rôles du cerveau dans : la prise de nourriture, son assimilation, la production des facteurs de métamorphose : on peut ainsi obtenir des chrysalides en opérant plus précocement.

Une technique d'alimentation à la sonde, récemment perfectionnée, a permis d'introduire quotidiennenemt 0,3 ml environ d'un extrait aqueux de feuille de mûrier sans entraîner d'accidents trop nombreux.

1. L'efficacité de la méthode a été établie d'abord sur des *jeûneurs* : les vers d'un lot, privés de nourriture respectivement 1, 2, 3, ... jours après leur dernière mue ont été nourris à la sonde jusqu'à leur mort ou à l'apparition de signes de nymphose : les vers d'un lot de contrôle étaient privés de nourriture le même jour dans les mêmes conditions d'âge mais laissés sans alimentation supplémentaire à la sonde.

Résultats. — Au printemps (fin avril) les durées minimales d'alimentation normale initiale nécessaires pour obtenir des chrysalidations furent respectivement : 6 jours pour les jeûneurs stricts (16 cas) et 4 jours pour les jeûneurs alimentés à la sonde (18 cas).

En automne (octobre) les durées minimales d'alimentation initiale nécessaires pour obtenir des chrysalidations furent 7 jours pour les jeûneurs (32 cas) et 4 jours pour les jeûneurs alimentés à la sonde (26 cas).

L'alimentation à la sonde permet donc d'atteindre la métamorphose malgré 2 à 3 jours en moins, suivant la saison, d'alimentation normale.

2. La même expérimentation a été répétée sur des lots de vers *décérébrés* 2 à 10 jours après la dernière mue : la décérébration entraînant automatiquement la non-alimentation spontanée et l'inanition, une partie de ces opérés a été nourrie à la sonde, les autres ont constitué les sujets de contrôle.

Résultats. — Au printemps le minimum d'alimentation initiale indispensable pour atteindre la nymphose fut de 7 jours et demi à 8 jours chez les décérébrés de contrôle (29 cas) et seulement de 4 jours chez les décérébrés alimentés à la sonde (34 cas).

En automne, minimum de 9 jours d'alimentation normale pour les 44 décérébrés de contrôle, de 6 jours pour les 72 décérébrés nourris à la sonde.

De la comparaison des jeûneurs et des décérébrés à la même saison, il ressort que l'alimentation forcée post-opératoire est plus efficace (ou au moins autant) chez les décérébrés que chez les jeûneurs stricts non lésés.

L'absence de cerveau, non seulement ne met pas les sujets qui en sont privés en état d'infériorité vis-à-vis des jeûneurs, mais semble les avantager : d'ailleurs les décérébrés, bien que, hyperréflectifs, se laissent bien mieux sonder que les jeûneurs qui se débattent davantage pendant et après le sondage. Or, d'après les expériences antérieures (Bounhiol, 1936) confirmées par les cas « contrôle » ci-dessus, l'alimentation indispensable pour obtenir une chrysalide à partir d'un décérébré doit être plus longue que l'alimentation initiale avant mise à jeun pour obtenir une chrysalide à partir d'un jeûneur; cela s'expliquait jusqu'à ce jour par l'intégrité anatomique du jeûneur qui devait utiliser mieux que le décérébré, les matériaux acquis. Il semble que cette conception doive être révisée.

Pratiquement le rôle du cerveau dans l'utilisation des matériaux alimentaires serait faible, sinon négligeable : les décérébrés utilisent avec profit l'extrait de mûrier administré.

L'activité assimilatrice s'effaçant ainsi, la période minimale d'activité morphogénétique (neurosécrétrice, etc.) compatible avec la métamorphose s'en trouve rectifiée : le rôle du cerveau dans ce domaine fonctionnel atteint plus précocement qu'on n'avait pu le démontrer antérieurement, un niveau suffisant pour permettre la réalisation de la nymphose.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(*Laboratoire de Biologie animale, PCB-SPCN, Faculté des Sciences, Bordeaux.*)

BIOLOGIE MOLÉCULAIRE. — *Mise en évidence de molécules d'hémoglobine et de ferritine dans certaines cellules d'*Arenicola Mariba *L.* Note (*) de MM. **Jean Roche**, **Marcel Bessis**, Mme **Jeanine Breton-Gorius** et Mlle **Hélène Stralin**, présentée par M. Albert Policard.

Les cellules bordantes du « lacis vasculaire » d'*Arenicola Marina* L. renferment de grandes vacuoles remplies de cristaux dans lesquelles on peut reconnaître la structure caractéristique de la molécule d'hémoglobine. Des molécules de ferritine se trouvent dispersées, ou en amas rappelant ceux des sidéroblastes des Mammifères autour de ces vacuoles.

Le microscope électronique permet de caractériser directement, par leur morphologie, un certain nombre de molécules. Parmi celles-ci, la ferritine [4], [6], [7] qu'on identifie par la disposition du complexe ferrugineux, a été retrouvée dans de nombreuses cellules chez les Mammifères, particulièrement dans les érythroblastes [2], [3]. D'un autre côté, la méthode de coloration négative de Brenner et Horne [5] permet de reconnaître la forme de la molécule d'hémoglobine de certains vers marins [8], [9]. Vues de face, les molécules de celle-ci se présentent comme des hexagones composés de six sub-unités. De profil, elles offrent un aspect caractéristique, ressemblant à la lettre H.

Jusqu'à présent, il n'a pas été possible de localiser dans un organe défini l'hémoglobinogenèse chez les Invertébrés où le pigment existe à l'état libre dans le sang. Dans des recherches en cours, poursuivies chez *Arenicola Marina* L. nous avons tenté d'élucider ce problème. Nous avons commencé par rechercher, par des colorations cytochimiques, en territoires présentant une accumulation de fer (réaction de Perls) et d'hémoglobine (coloration au cyanol). Nous avons observé l'une et d'autre dans deux organes, les néphridies et un « lacis vasculaire » qui se trouve dans la partie postérieure du corps de l'animal, entourant le vaisseau dorsal. L'étude histologique de cet organe sera publiée ultérieurement; nous ne décrirons ici que le contenu des vacuoles se trouvant dans les cellules bordant ce lacis vasculaire.

Près du bord apical des cellules, vers le vaisseau central, on trouve un certain nombre de vacuoles (5 à 100 par cellule). Chez certains sujets, le contenu de celles-ci est amorphe, de densité moyenne au microscope électronique. Chez d'autres, on observe, au centre de la vacuole, un cristal ayant une périodicité parfaitement marquée, qui varie de 200 à 230 Å. Dans certains cas, lorsque le cristal est bien orienté, on y décèle distinctement la structure en rosette caractéristique de la molécule d'hémoglobine de ce ver. Par ailleurs, le contenu des vacuoles présente une réaction au cyanol nettement positive.

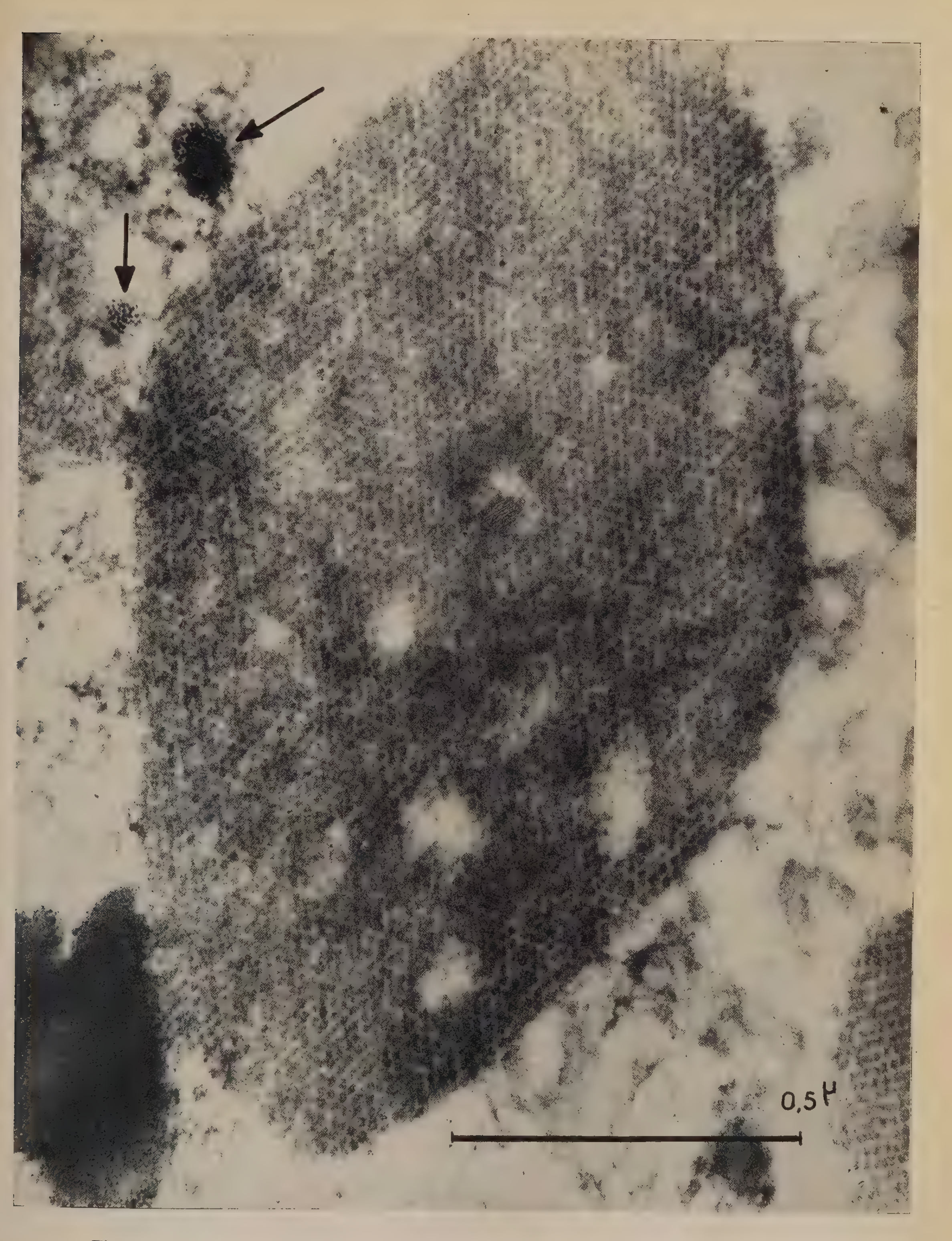


Fig. 1. — Grand cristal d'hémoglobine dans une cellule bordante du lacis vasculaire.
En haut : deux amas de ferritine (flèches).

Fig. 2. — *En haut :* molécules d'hémoglobine vue de face et de profil; provenant du sang circulant (technique de coloration négative).

Fig. 3. — *En bas :* Détails de deux cristaux intra-cytoplasmiques montrant en haut les molécules vues par la tranche, en bas une de face

Des molécules de ferritine se trouvent dispersées autour de ces vacuoles. De loin en loin, on observe des amas de ferritine, rappelant d'une manière frappante les granules des sidéroblastes ([1]), ([2]), ([3]), au niveau desquels la réaction de Perls est positive.

La question qui se pose est de savoir si ces cellules sécrètent l'hémoglobine, ou si au contraire, elles la catabolisent. Nos recherches sont encore trop peu avancées pour répondre à cette question.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) M. Bessis et J. Breton-Gorius, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1271.
([2]) M. Bessis et J. Breton-Gorius, *J. biophys. biochem. Cytol.*, 3, 1957, p. 503.
([3]) M. Bessis et J. Breton-Gorius, *J. biophys. biochem. Cytol.*, 6, 1959, p. 231.
([4]) M. Bessis et J. Breton-Gorius, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 1360.
([5]) S. Brenner et R. W. Horne, *Bioch. Biophys. Acta*, 34, 1959, p. 103.
([6]) J. L. Farrant, *Biochem. and Biophysics*, 13, 1954, p. 509.
([7]) D. N. S. Kerr et A. R. Muir, *J. Ultra-struct. Res.*, 3, 1960, p. 313.
([8]) J. Roche, M. Bessis et J.-P. Thiery, *C. R. Soc. Biol.*, 154, 1960, p. 275.
([9]) J. Roche, M. Bessis et J.-P. Thiery, *Bioch. Biophys. Acta*, 41, 1960, p. 182.

(*Collège de France* et *Centre National de Transfusion Sanguine, Paris.*)

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Interconversion aldose-cétose par l'eau de baryte. Étude polarimétrique et chromatographique.* Note (*) de Mme **Andrée de Grandchamp-Chaudun**, MM. **Jean-Émile Courtois** et **Paul Le Dizet**, présentée par M. René Fabre.

En contact avec l'eau de baryte N/20 et à la température ordinaire, les oses et les disaccharides réducteurs subissent au cours du temps une interconversion aldose-cétose appréciable accompagnée, dans le cas des disacharides (lactose et maltose en particulier) d'une hydrolyse de l'épimère cétonique.

Parmi les solutions alcalines susceptibles de provoquer sur les oses et les saccharides réducteurs une interconversion aldose-cétose appréciable, la baryte apparaît comme un des meilleurs agents d'épimérisation (1), (2).

Agissant à la température du laboratoire, elle permet une étude cinétique de la réaction par l'appréciation simultanée des données polarimétriques et chromatographiques; la seule précaution à prendre est alors de limiter la dégradation de la molécule par l'emploi de faibles concentrations de baryte.

Nous donnons ici les résultats obtenus avec l'eau de baryte N/20 (préparée à partir de l'eau de baryte N/3 du Codex), agissant comparativement sur deux disaccharides, le lactose et le maltose, un hexose, la galactose et deux pentoses, le D-ribose et le D-xylose, tous à la concentration M/8.

Les variations de $[\alpha]_D$ ont été suivies au polarimètre Laurent, à la raie D du sodium. L'étude chromatographique (chromatographie descendante) a été faite sur papier Arches 304 et sur papier Whatman 3 mm, en utilisant le solvant butanol, pyridine, eau, 9 : 5 : 4 en volumes, avec des durées de contact variant de 20 à 48 h suivant le sucre étudié. La révélation était faite avec une solution alcoolique de β-naphtylamine et thymol acidifiée par l'acide orthophosphorique, les résultats étant contrôlés, dans les cas douteux, par l'urée chlorhydrique (spécifique de la plupart des cétoses) et par le naphtorésorcinol dans l'acide phosphorique (réactif des cétopentoses).

1. *Lactose.* — Les variations du pouvoir rotatoire sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

Temps...	0.	2 h.	4 h.	6 h.	24 h.	2 j.	4 j.	6 j.	20 j.	30 j.
$[\alpha]_D$......	48°,8	46°,8	45°,3	42°,5	32°,4	24°,5	21°,9	21°,3	20°,1	18°,9

La technique chromatographique conduit aux résultats suivants : après 2 h de contact sucre-baryte (48 h à la cuve), on constate la présence, au-dessous de la tache du lactose, d'une seconde tache, de teinte jaune clair (révélateur à la β-naphtylamine) correspondant à un sucre cétonique, comme le

confirme la révélation à l'urée chlorhydrique; la proportion de ce sucre augmente avec le temps. Après 24 h, apparaissent en outre deux autres sucres migrant respectivement comme le galactose et le fructose; la proportion de ces deux hexoses croît progressivement au détriment du disaccharide cétonique.

Ces faits peuvent s'interpréter par l'hypothèse d'une interconversion aldose-cétose prenant naissance dès le début du contact sucre-baryte et conduisant vraisemblablement au lactulose. Ce dernier s'hydrolyserait ensuite sous l'action de la baryte en ses deux constituants, galactose et fructose.

Nous donnerons ailleurs une justification de cette manière de voir.

2. *Maltose*. — L'action de la baryte sur le maltose, étudiée dans les mêmes conditions de concentrations, ne diffère guère de la précédente. Comme pour le lactose, le pouvoir rotatoire décroît au cours du temps.

Temps...	0.	30 mn.	1 h.	3 h.	5 h.	7 h.
$[\alpha]_D$.......	+126°,2	125°,0	124°,3	122°,4	120°,7	118°,6
Temps...	24 h.	30 h.	2 j.	3 j.	14 j.	30 j.
$[\alpha]_D$.......	+104°,9	99°,2	89°,7	80°,2	69°,1	61°,3

L'examen chromatographique ne permet de déceler aucune réaction d'hydrolyse après 7 h de contact sucre-baryte; quant à l'épimère cétonique, il ne peut être mis en évidence que par le révélateur à l'urée chlorhydrique : les vitesses de migration du maltose et du maltulose sont en effet trop voisines, avec les solvants utilisés au laboratoire, pour que le révélateur à la β-naphtylamine permette de distinguer leurs deux taches, brune et jaune clair.

Après 24 h, deux chromatogrammes sont révélés comparativement avec les deux réactifs : la β-naphtylamine indique la présence simultanée du maltose, du glucose, du fructose et de traces de mannose; l'urée chlorhydrique permet de caractériser, en plus du fructose, un autre sucre cétonique migrant sensiblement comme le maltose témoin (maltulose vraisemblablement). Il semble donc que, sous l'action de la baryte, le maltose, tout comme le lactose, subit une interconversion aldose-cétose, accompagnée d'une hydrolyse de l'épimère cétonique en glucose et fructose; l'alcalinité de la liqueur expliquerait l'apparition du mannose, épimère du glucose.

3. *Galactose*. — Du point de vue polarimétrique, l'action de la baryte sur le galactose se traduit par une diminution du pouvoir rotatoire.

Temps...	0	2 h.	4 h.	6 h.	24 h.	2 j.	5 j.	8 j.
$[\alpha]_D$.......	+72°,3	70°,9	70°,2	68°,6	59°,2	55°,5	47°,8	40°,9

La technique chromatographique permet de déceler, après seulement 45 mn de contact avec la baryte, la présence d'un sucre cétonique (sans doute le tagatose), bien séparé du galactose après 20 h à la cuve; la proportion

de ce sucre augmente avec le temps et, après 24 h, apparaît un troisième sucre non cétonique, migrant plus vite que les deux précédents (probablement le talose).

4. *D-ribose et D-xylose.* — Dans l'eau de baryte N/20, le pouvoir rotatoire des deux pentoses diminue en valeur absolue.

	Temps...	0.	2 h.	6 h.	24 h.	3 j.	8 j.
$[\alpha]_D$	D-ribose.....	−23°,3	−21°,5	−20°,3	−17°,5	−13°,5	−12°,6
	D-xylose.....	−17°,6	−14°,4	−13°,5	−11°,3	− 8°,1	− 7°,5

L'étude chromatographique conduit aux résultats suivants : après 27 h de contact avec la baryte, on observe, au-dessus de la tache du ribose, des traces d'un sucre migrant comme l'arabinose témoin; puis au bout de 48 h, une faible quantité d'un troisième sucre, que la révélation au naphtorésorcinol permet d'identifier à un cétopentose; la proportion de ces deux épimères s'accroît avec le temps.

Dans le cas du D-xylose, on décèle, après au moins 24 h de contact avec la baryte, deux épimères migrant l'un plus vite, l'autre moins vite que le D-xylose, le premier se révélant comme un cétopentose.

Pour l'un et l'autre de ces deux pentoses, les trois épimères sont bien séparés après 20 h de contact avec le solvant butanol, pyridine, eau 9 : 5 : 4, en chromatographie descendante sur papier Arches 304 et sur papier Whatman 3 mm.

(*) Séance du 5 juin 1961.

(1) A. DE GRANDCHAMP-CHAUDUN, J. E. COURTOIS et P. LE DIZET, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 42, 1960, p. 227-235.

(2) J. E. COURTOIS, A. DE GRANDCHAMP-CHAUDUN et P. LE DIZET, *Ann. Pharm. Franç.*, 18, 1960, p. 689-697.

(*Laboratoire de Chimie biologique, Faculté de Pharmacie, 4, avenue de l'Observatoire, Paris.*)

SÉROLOGIE. — *Existence de globulines de faible mobilité électrophorétique dans le sérum de l'Anguille soumise à des injections répétées de sérum humain.* Note (*) de M. **Jean Fine** et Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. René Dujarric de la Rivière.

Le sérum de l'Anguille normale se distingue du sérum des Mammifères et de l'Homme par l'absence de globulines de mobilité γ_2 quel que soit le type d'électrophorèse auquel est soumis le sérum (électrophorèse optique, sur papier, en gélose, en gel d'amidon) [1].

Des constatations analogues ont été faites sur les sérums de la plupart des Téléostéens [2], [3]. Le sérum de l'Anguille contient par contre une fraction de mobilité β-globuline très importante.

Nous avons voulu voir si cette fraction suppléait à l'absence de globulines γ_2 comme support de l'immunité chez ces animaux. Pour ceci, nous avons soumis des anguilles à des séries d'injections de protéines étrangères (sérum humain), puis recherché les modifications protéiques présentés par les animaux soumis à cette expérience.

Protocole expérimental. — Trois lots d'anguilles d'avalaison, pesant de 540 à 850 g, reçoivent une série d'injections intramusculaires de sérum humain (mélange du sérum de 20 individus normaux, additionné d'un même volume de polyvinylpyrrolidone à 25 % (P. V. P).

Chaque lot de 15 anguilles comprend trois témoins vivants dans des conditions identiques de température, de jeûne et d'obscurité, trois témoins recevant trois fois par semaine une injection de P. V. P. seule, enfin neuf anguilles reçoivent trois fois par semaine une injection de 1 ml du mélange sérum humain/P. V. P. pendant un mois.

Après un arrêt de 4 à 8 jours on effectue une saignée de l'animal.

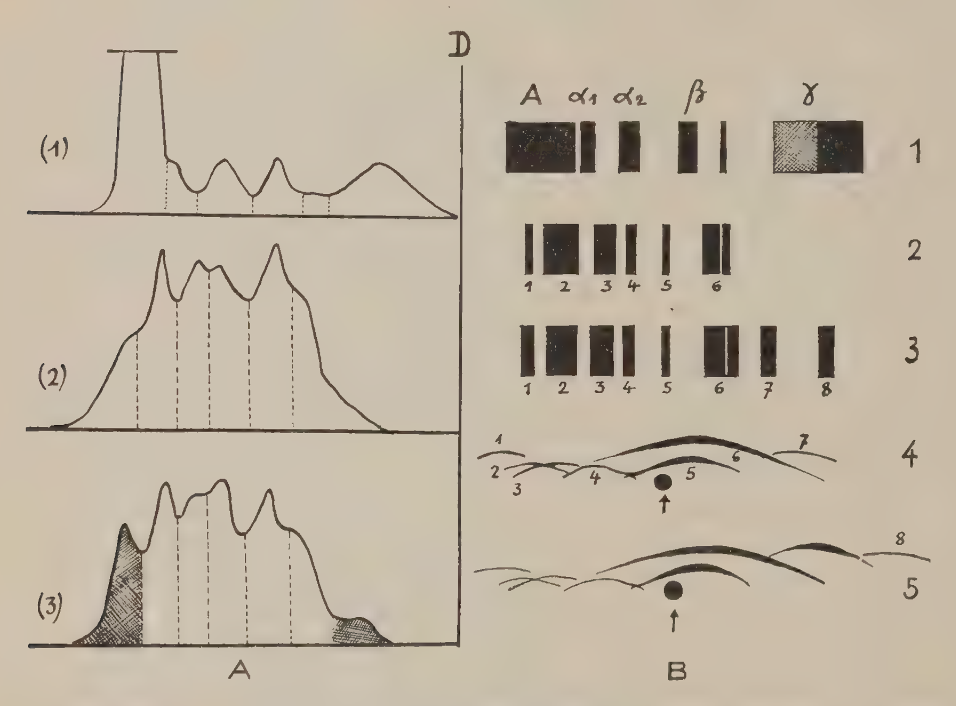
Ces injections entraînent une mortalité importante et certains animaux sont sacrifiés après un nombre variable d'injections (3, 6, 13 ou 15 injections).

Les sérums de ces animaux sont étudiés comparativement avec ceux des témoins par électrophorèse sur papier, en gélose et par analyse immuno-électrophorétique effectuée à l'aide d'un sérum de Lapin antisérum d'Anguille normale [4].

Résultats. — 1° Le sérum des animaux témoins ayant reçu des injections de P. V. P. seule ne présente aucune modification protéique par rapport aux animaux témoins n'ayant reçu aucune injection.

2° Tous les animaux ayant reçu des injections de sérum humain mélangé à la P. V. P. présentent les modifications suivantes de leurs protéines sériques :

a. L'électrophorèse sur papier (*fig.* 1) permet de noter une augmentation de la fraction la plus mobile (préalbumine) et une augmentation de la fraction la plus lente (γ-globulines).



A. Électrophorèses sur papier : 1, sérum humain normal; 2, sérum d'Anguille; 3, sérum d'Anguille soumise à des injections de sérum humain.

B. Électrophorèses en gélose : 1, sérum humain normal; 2, sérum d'Anguille témoin; 3, sérum d'Anguille soumise à des injections de sérum humain.
Analyse immunoélectrophorétique
(à l'aide d'un sérum de Lapin antisérum d'Anguille) :
4, sérum d'Anguille témoin; 5, sérum d'Anguille injectée.

b. L'électrophorèse en gélose (*fig.* 1) individualise beaucoup mieux les perturbations protéiques du sérum de ces animaux. On peut noter l'augmentation de la fraction 1 (préalbumine), l'augmentation importante de la fraction 7 (de mobilité β_2, γ_1), zone qui est à peine visible chez le sujet normal, et l'apparition d'une fraction 8 (de mobilité γ_2).

c. L'analyse immunoélectrophorétique (*fig.* 1) montre l'augmentation de la ligne 7 (β_2, γ_1) et l'apparition d'une nouvelle ligne de précipitation 8 chez certains animaux seulement.

Discussion. — Les résultats de l'électrophorèse en gélose mettent en évidence, chez les animaux traités par du sérum humain, une fraction protéique, de mobilité γ_2, qui n'est pas révélée dans le sérum des animaux témoins ni par l'électrophorèse ni par l'analyse immunologique.

Cependant le sérum de Lapin immunisé par du sérum d'Anguille normale réagit avec cette fraction protéique γ_2, donc contient des anticorps précipitants contre cette fraction protéique.

Il faut donc admettre que cette fraction existe dans le sérum de l'Anguille normale en quantité suffisante pour produire des anticorps chez le Lapin mais insuffisante pour être mise en évidence par électrophorèse ou immunoélectrophorèse.

L'injection de sérum humain à l'Anguille entraîne donc l'augmentation de deux fractions protéiques dont le taux est très bas chez l'animal normal : la fraction β_2 (γ_1) et la fraction γ_2.

Ceci paraît être tout à fait analogue à ce qui est observé chez les Mammifères ou chez l'Homme. En effet, on sait que l'hyperimmunisation du Cheval par la toxine diphtérique, produit une augmentation considérable de la zone β_2 dans le sérum de cet animal alors que chez l'Homme, la fraction γ_2 est le support de nombreux anticorps.

Le fait que, chez l'Homme, il existe des relations indiscutables entre les γ-globulines-anticorps et les cellules plasmocytaires et réticulaires a permis à différents chercheurs américains ([5]) de constater que, chez les espèces de Poissons (en particulier chez les Téléostéens) où les γ-globulines n'étaient pas décelés par l'électrophorèse, les cellules analogues aux plasmocytes dans la rate de ces animaux, n'existaient qu'en petit nombre.

Nos expériences montrent que, chez l'Anguille, l'injection de protéines humaines suscite l'apparition dans le sérum de cet animal, de deux fractions globuliniques, de mobilités γ_1 et γ_2, fractions qui n'existaient qu'à l'état de traces chez le sujet normal et de ce fait étaient pratiquement impossibles à déceler.

(*) Séance du 5 juin 1961.

([1]) A. Drilhon, J. Fine et F. Lebourdelles, *Ann. Inst. Océano.*, 35, 1958, p. 140-148.
([2]) E. Lowell-Becker, *Physiological Zoology*, 31, 1958, p. 228.
([3]) K. R. Woods et R. L. Engle, *Biol.*, Bull., 113, 1957, p. 362-363.
([4]) J. Fine et A. Drilhon, *Comptes rendus*, 250, 1960, p. 3241.
([5]) R. L. Engle, K. Paulsen et J. A. Pert, *Soc. Exp. Biol. and Med.*, 98, 1958, p. 905-909.

(*Laboratoires de Physiologie de l'Institut Océanographique et Centre National de la Transfusion sanguine.*)

A 15 h 25 m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de dresser la liste des candidats à la place d'Académicien libre vacante par la mort de M. *Albert Pérard*, présente la liste suivante :

En première ligne.......... M. **Jean Verne.**

En deuxième ligne, ex-æquo *et par ordre alphabétique*.. MM. **Georges Bouligand.** **Georges-Albert Boutry.** **Alfred Fessard.** **Henri Moureu.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16 h 35 m.

R. C.

ERRATUMS.

(*Comptes rendus* du 27 février 1961.)

Note présentée le 20 février 1961, de M. *Pierre Vernotte*, L'exploitation des données expérimentales, et les limites d'emploi des machines à calculer :

Page 1271, 5e ligne en remontant, *au lieu de*

$$S \simeq 2^{\frac{1}{4}} \pi^{-\frac{1}{2}} (m+n+1)^{-\frac{1}{2}} \left(1+2^{\frac{1}{2}}\right)^{m+n+1},$$

lire

$$S \simeq 2^{-\frac{3}{4}} \pi^{-\frac{1}{2}} (m+n)^{-\frac{1}{2}} \left(1+2^{\frac{1}{2}}\right)^{m+n+1}.$$

(*Comptes rendus* du 13 mars 1961.)

Note présentée le 6 mars 1961, de M. *Claude Mercier*, Critère nécessaire de stabilité pour un système toroïdal hydromagnétique en pression scalaire :

Page 1578, 1re ligne, *au lieu de* constantes ainsi que ses dérivées, *lire* continues ainsi que ses dérivées.

(*Comptes rendus* du 5 avril 1961.)

Note présentée le 27 mars 1961, de M. *Félix Bertaut*, Configurations de spins dans le cas général :

Page 2079, relation (7), *au lieu de*

$$\zeta_{\text{Is}}(0) = \zeta(0) + \zeta_{\Phi}(0) + \zeta_{\text{as}}(0),$$

lire

$$\zeta(0) = \zeta_{\text{Is}}(0) + \zeta_{\Phi}(0) + \zeta_{\text{as}}(0).$$

(*Comptes rendus* du 10 avril 1961.)

Note présentée le 20 mars 1961, de M. *Jacques Navech* :

Page 2250, dans le titre, *au lieu de* Synthèse de phosphates de 2-bromoéthyle et de phosphates..., *lire* Synthèse de phosphates de 2-bromoéthyle et de bromures....

(*Comptes rendus* du 24 mai 1961.)

Note présentée le 15 mai 1961, de M. *Khaled Maghout*, Algorithme pour la résolution des programmes linéaires :

Page 3186, 7e ligne, *au lieu de* $a_{ij}\, a_j$, *lire* $a_{ij}\, \alpha_j$.
» » 8e ligne, *au lieu de* $\bar{a}_j$, *lire* $\bar{\alpha}_j$.
» » 14e ligne, *au lieu de* $a_{ij}\, a_j$, *lire* $a_{ij}\, \alpha_j$.
» » 15e ligne, *au lieu de* $a_{ij}\, a_j$, *lire* $a_{ij}\, \alpha_j$.
» 3187, 8e ligne en remontant, *au lieu de* Solution $\alpha = 0$, *lire* Solution $\alpha_0 = 0$.